

继续讨论 Photoshop(PS) “ 图像(Image)>调整(Adjust) ” 菜单的功能。阅读本文之前需要先了解一下 [《直方图》](#)。



### 色调均化(Equalize)



Photoshop 菜单：图像>调整>色调均化

公式：

$$S_k = \left( \sum_{j=0}^k n_j \right) / N \times 255$$

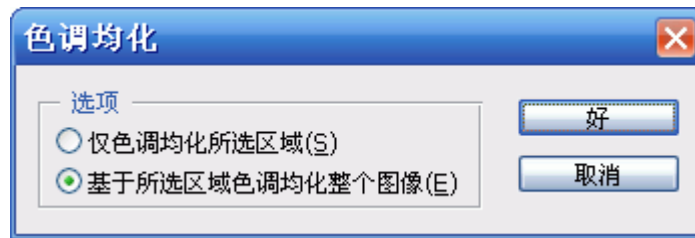
( 公式中  $S_k$  表示均衡化后的灰度值， $\sum$  表示总和， $n_j$  是原图中某个灰度色阶  $j$  的像素数量， $j$  的范围是  $0 \sim k$ ， $N$  是图像像素总数。 )

“ 色调均化 ” 命令重新分布图像中像素的亮度值，以便它们更均匀地呈现所有范围的亮度级。使用此命令时，Photoshop 尝试对图像进行直方图均衡化 (Histogram Equalization)，即在整个灰度范围中均匀分布每个色阶的灰度值。

当扫描的图像显得比原稿暗，而您想平衡这些值以产生较亮的图像时，可以使用 “ 色调均化 ” 命令。配合使用 “ 色调均化 ” 命令和 “ 直方图 ” 命令，可以看到亮度的前后比较。

使用 “ 色调均化 ” 命令：

1. 选择菜单图像>调整>色调均化。
2. 如果已选择一个图像区域，在弹出的对话框中选择要均化的内容，然后点按 “ 好 ”。



- “仅色调均化所选区域”只均匀地分布选区的像素。
- “基于所选区域色调均化整个图像”基于选区中的像素均匀分布所有图像的像素。

## 原理

直方图均衡化是一种灰度变换算法，所以我们重点研究灰度图像的直方图均衡化。

## 绝对的均匀

图 A 是一个黑白灰均匀渐变，0~255 的每一个色阶的灰度数量都是相同的。图 B 的是图 A 的像素打乱了顺序随机分布的，每种灰度的数量都与图 A 的相同，因而它的直方图也与图 A 的相同。



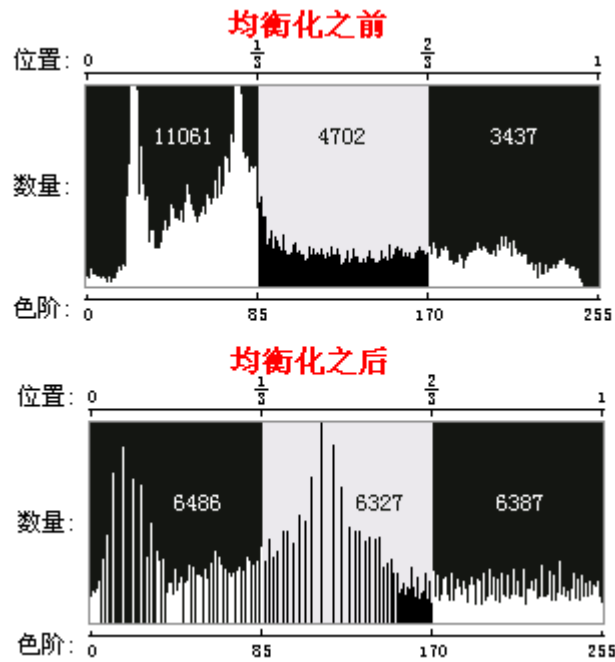
图 A 和图 B 的直方图。每种灰度数量是相同的，直方图呈一个黑色矩形。



## 近似的均匀

对于一般的图像，由于每种灰度的像素数量并不相同，我们没办法把每种灰度的分量调得像图 A、B 那么均匀，但是可以做到近似的均匀。也就是说，把直方图横向平均分成几份之后，使每一份的像素数量大致相等。

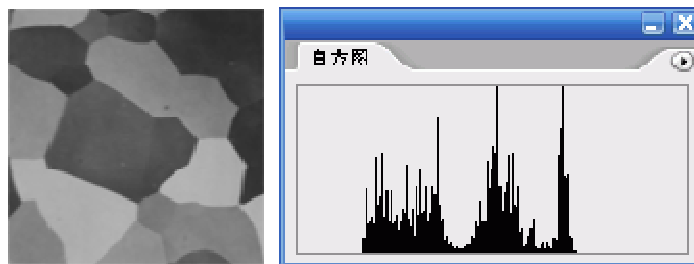
下面是一幅图片的直方图，共有 19200 个像素，从左到右平均分成三份。均衡化之后，每份的像素数量都在 6400 左右。



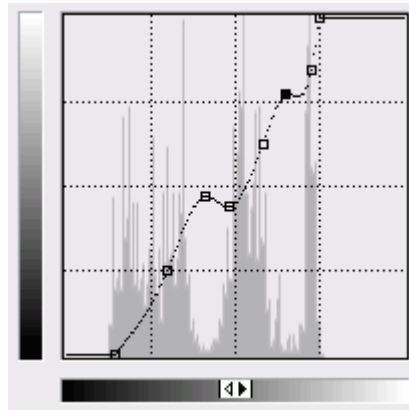
## 手工调整方法

我们拍摄或扫描的照片往往会由于光线太强或太弱，使图像对比度减弱，细节分辨不清。这样的图像直方图灰度往往都集中在某一色阶范围之内，我们需要将这些灰度拉伸到整个灰度级上，并使它们在直方图中均匀的分布，以达到增强图像的目的。

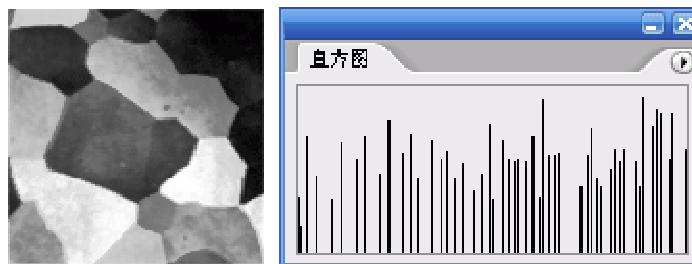
现在我们要通过 Photoshop 的曲线调整(图像>调整>曲线)来把一幅图片的灰度分布调整均匀。



上图的直方图图形可以近似地看成三个高峰两个低谷。先把曲线的起点和终点(黑白场)拉到与图形等宽，再通过曲线把两个低谷拉高一些，这时灰度分布就显得比较均匀了。



调整之后的图像和直方图。



直方图均衡化就是要通过某种算法来实现上面手工调整的效果。

## 算法

### 经典算法

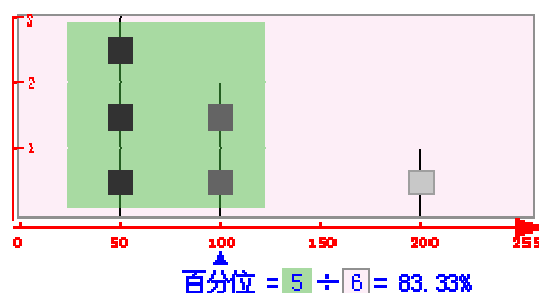
下面以一幅 3\*2 像素的简单图片 (图 C) 为例, 来说明灰度直方图均衡化的算法。



图 C 的直方图：



注意看百分位(Percentile)这一项。一般软件的百分位是 当前色阶的像素数量 ÷ 总像素数量，而 Photoshop 不同，Photoshop 显示的是 当前色阶与前面色阶的所有像素数量 ÷ 总像素数量。因此图 C 色阶为 100 时的百分位就是  $(3+2)/6=5/6=83.33\%$ ，这个百分位其实就是我们要求的灰度值(范围 0~1)，把它转换成 0~255 的范围，要再乘 255。



求出每个色阶的百分位之后，再乘 255，就可以求出与其对应的灰度值来。

色阶 数量 出现频率 百分位 255\*百分位

色阶	数量	出现频率	百分位	255*百分位
50	3	3/6	3/6=50%	255*50%=128
100	2	2/6	(3+2)/6=83.33%	255*83.33%=212
200	1	1/6	(3+2+1)/6=100%	255*100%=255

根据每个色阶的 色阶->255\*百分位 的对应关系组成一个灰度映射表，然后根据映射表来修改原来图片每个像素的灰度值。对于图 C，用 128 替换 50，用 212 替换 100，用 255 替换 200。这样，灰度直方图的均衡化就完成了。

均衡化之前	色阶→255*百分位 【映射表】	均衡化之后
200 50 100	50→128 100→212 200→255	255 128 212
50 100 50		128 212 128

## Photoshop 的算法

经过经典算法均衡化的图片，最亮的像素值总是 255，因为最后一级色阶(255)的百分位一定是 100%。而最暗的是由色阶 0 的数量决定的，像素值不一定是 0。

Photoshop 通过对比度拉伸的方法使最暗的像素值变为 0，其它像素也相应变暗，最亮的像素保持 255 不变。对比度拉伸后的效果可能会比经典算法稍显偏暗。

对比度拉伸的算法，类似于使用色阶调整命令把黑场设成 Min 时的效果，Min 是指像素数量不为 0 的第一个色阶。



对比度拉伸的公式： $C = (Level - Min) * Scale = (Level - Min) * 255 / (255 - Min)$

图 C 均衡化之后的灰度值分别是 128、212、255，为了精确，我们使用保留 2 位小数的形式(127.50、212.42、255.00)来进行对比度拉伸的计算。

Min = 127.50 '均衡化之后的最小值

Scale =  $255 / (255 - Min) = 2$

$(127.50 - Min) * Scale = 0 * 2 = 0$

$(212.42 - Min) * Scale = 84.92 * 2 = 170$

$(255.00 - Min) * Scale = 127.5 * 2 = 255$

'新的映射表：

50 -> 0

100 -> 170

200 -> 255

经典算法和 Photoshop 算法的直方图比较。



## 彩色算法

彩色的直方图均衡化其实就是对图像某个或多个颜色通道进行灰度直方图均衡化运算，常见的有以下几种方法：

1. 统计所有 RGB 颜色通道的直方图的数据并做均衡化运算，然后根据均衡化所得的映射表分别替换 R、G、B 通道颜色值。
2. 分别统计 R、G、B 颜色通道的直方图的数据并做均衡化运算，然后根据 R、G、B 的映射表分别替换 R、G、B 通道颜色值。
3. 用亮度公式或求 RGB 的平均值的方式计算亮度通道，然后统计亮度通道的直方图的数据并做均衡化运算，然后根据映射表分别替换 R、G、B 通道颜色值。

Photoshop 用的是第一种方法。

## 总结

直方图均衡化是灰度变换的一个重要应用，它高效且易于实现，广泛应用于图像增强处理中。图像的像素灰度变化是随机的，直方图的图形高低不齐，直方图均衡化就是用一定的算法使直方图大致平和。

均衡化处理后的图像只能是近似均匀分布。均衡化图象的动态范围扩大了，但其本质是扩大了量化间隔，而量化级别反而减少了，因此，原来灰度不同的象素经处理后可能变的相同，形成了一片的不同灰度的区域，各区域之间有明显的边界，从而出现了伪轮廓。

如果原始图像对比度本来就很高，如果再均衡化则灰度调和，对比度降低。在泛白缓和的图像中，均衡化会合并一些象素灰度，从而增大对比度。均衡化后的图片如果再对其均衡化，则图像不会有任何变化。

灰度直方图均衡化的算法，简单地说，就是把直方图的每个灰度级进行归一化处理，求每种灰度的累积分布，得到一个映射的灰度映射表，然后根据相应的灰度值来修正原图中的每个像素。

经典的直方图均衡化算法可能存在以下一些不足：

1. 输出图像的实际灰度变化范围很难达到图像格式所允许的最大灰度变化范围。
2. 输出图像的灰度分布直方图虽然接近均匀分布，但其值与理想值  $1/n$  仍有可能存在较大的差异，并非最佳值。
3. 输出图像的灰度级有可能被过多地合并。由于灰度的吞噬也易造成图像信息的丢失。

为此人们提出了许多改进的直方图均衡算法，详细内容请参阅本文末尾提供的参考资料。

## 公式

要写论文的同学可能需要用数学的方式来描述，下面我把前面讲的内容概括成公式，以供参考。

### 概率密度函数(PDF)

为了计算方便，我们需要将直方图归一化，即把灰度范围由 0~255 变为 0~1。归一化后的直方图其实就是一个概率密度函数(PDF, probability density function)，均衡化就是令概率密度为 1。

我们用  $P_r(r)$  来表示原图像的 PDF，用  $P_s(s)$  表示均衡化之后的 PDF， $r$ 、 $s$  分别代表均衡化前后的灰度值， $r, s \in [0, 1]$ 。根据概率论的知识，可得出：

$$P_s(s) = \left[ \frac{P_r(r)}{\left| \frac{ds}{dr} \right|} \right]_{r=T^{-1}(s)}$$

公式中  $T^{-1}(s)$  代表  $T(r)$  的逆变换函数。



因为我们要求的概率密度为 1，即：
$$P_s(s) = \frac{P_r(r)}{P_r(r)} = 1$$

因此：
$$\frac{ds}{dr} = P_r(r)$$

由此得出：
$$ds = P_r(r) * dr$$

等式两边对 r 积分，即可得出 PDF 的均衡化公式：

$$s = T[r] = \int_0^r P_r(w) dw$$

公式中 T(r) 代表 r 的灰度变换函数， $\int$  表示积分，w 为假设变量。

累积分布函数(CDF)

对于图像而言，我们需要使用离散形式的公式(Discrete Formulation)。

某个灰度级像素出现的概率为：
$$P_r(r_k) = n_k / N$$

Pr(rk) 是原图像第 k 个灰度级像素出现的概率，rk 是第 k 个灰度级，即当前色阶 k，k  $\in [0, 1]$ 。nk 是 rk 像素数量。N 是图像像素总数(图像大小)，N =  $\sum n_k$ 。

图像的灰度直方图均衡化公式：

$$s = T(r_k) = \sum_{j=0}^k n_j / N = \sum_{j=0}^k P_r(r_k)$$

公式中，T(rk) 来表示原图像的第 k 个灰度级的转换函数。 $\sum$  表示总和。 $n_j / N$  表示 0~j 个灰度级的像素数量总和与像素总数的比值，也就是前面讲过的百分位(当前色阶与前面色阶的所有像素数量 ÷ 总像素数量)。Pr(rk) 表示第 0~k 的灰度级出现概率累积相加。因为 s 是归一化的数值 (s  $\in [0, 1]$ )，要转换为 0~255 的颜色值，需要再乘上 255，即 S = Pr(rk) \* 255。

这个转换公式也被称为图像的**累积分布函数**(CDF, cumulative distribution function)。

## 相关资料

使用“色调均化”命令 (Photoshop)：

[http://www.8esky.com/handbook/photoshop7/Help/1\\_8\\_17\\_3.html](http://www.8esky.com/handbook/photoshop7/Help/1_8_17_3.html)

Visual C++实现数字图像增强处理：

[http://www.yesky.com/20021224/1645640\\_1.shtml](http://www.yesky.com/20021224/1645640_1.shtml)

VB 图像处理之图像的色彩纠正：

<http://www.pcbookcn.com/article/2358.htm>

结合局部对比度增强的直方图均衡化图像增强算法：

<http://www.ahc.it.com/lanmuyd.asp?id=1536>

一种用于夜间图像增强的算法：

<http://www.wanfangdata.com.cn/qikan/periodical/Articles/qhdxxb/qhd99/qhd9909/990922.htm>

图像处理技术：

[http://www.fjtu.com.cn/fjnu/courseware/0334/course/\\_source/web/lesson/char6/j2.htm](http://www.fjtu.com.cn/fjnu/courseware/0334/course/_source/web/lesson/char6/j2.htm)

VC++6.0 在灰度数字图像增强处理中的应用：

<http://dev.yesky.com/43/2591543.shtml>

Histogram Equalization：

[http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/contrast\\_transform/node3.html](http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/contrast_transform/node3.html)

Histogram Equalization：

[http://www.clarkson.edu/class/image\\_process/qa1/Histogram%20Equalization.htm](http://www.clarkson.edu/class/image_process/qa1/Histogram%20Equalization.htm)

Image Processing Fundamentals - Histogram-based Operations：

<http://www.ph.tn.tudelft.nl/Courses/FIP/noframes/fip-istogram.html>

Point Operations - Histogram Equalization：

<http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/histeq.htm>