

视觉检测中椭圆中心成像畸变误差模型研究

魏振忠 张广军

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院)

摘 要: 针对在三维视觉检测应用中,空间椭圆的中心经摄像机针孔成像后存在畸变误差的问题进行了研究.基于透视投影变换和空间解析几何理论,建立了在摄像机的像平面上该畸变误差的数学模型,从而为圆孔(椭圆孔)或圆柱(椭圆柱)类工件中心位置的视觉检测、结构光三维视觉检测应用以及视觉检测中的 CCD 摄像机内部参数标定等问题的解决提供了一个有效的理论依据,具有一定的理论意义和工程应用价值.

关键词: 视觉;椭圆形;透视投影;针孔成像;畸变误差

中图分类号: TH 701

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2003)02-0140-04

基于摄像机针孔成像理论即透视投影变换理论,三维视觉检测技术在工业环境中得到了广泛的应用.比如在工业生产线上工件的自动检测、装配机器人的自动导引等应用中^[1,2],圆孔或椭圆孔等特征图形中心位置几何参数的视觉检测;在形位误差的结构光三维视觉检测中,一些圆柱类工件如长钢管、轴的直线度、同轴度等参数的检测,需要获取这些圆柱类工件的多个圆(或椭圆)截面中心的坐标,而这些截面是通过结构光平面与圆柱类工件表面相交形成的.另外,视觉检测中 CCD 摄像机内部参数的标定往往需要对圆孔的圆心位置进行高精度检测以提供高精度的标定点.如文献[3,4]采用带有多个圆孔的立体靶标对 CCD 摄像机内部参数进行了标定,其圆孔中心就是标定点,要求有很高的圆孔中心物坐标和像坐标精度.

基于透视投影变换,空间椭圆(圆为特例)在摄像机像平面上所成的像仍然是椭圆曲线^[5].为了准确获取空间椭圆中心,目前视觉检测中常用的方法是:先获得空间椭圆中心在摄像机像平面上的二维像点,然后基于视觉检测模型求出其空间三维点坐标,即为空间椭圆中心.并且认为通过对摄像机像平面上的椭圆曲线进行拟合得到的椭圆中心就是空间椭圆中心在摄像机像平面上的准确二维像点.然而,这种处理方法只是一种近似.由于透视投影变换所固有的特性,只有在空间椭圆截面与摄像机像平面平行时,这种处理方法才

是准确的.在大多数情形下,存在一定的偏差,称其为畸变误差.如果在实际应用中直接用像平面上拟合得到的椭圆的中心像点代替空间椭圆中心的实际像点,必然在测量中引入误差.

针对此问题,本文基于透视投影变换和空间解析几何理论,推导建立了三维视觉检测中椭圆中心的成像畸变误差数学模型,从而为三维视觉检测应用中相关问题的有效解决提供了一个有效的理论依据,具有一定的理论意义和工程应用价值.

1 空间椭圆的摄像机针孔成像原理

空间椭圆的摄像机针孔成像原理即透视投影变换如图 1 所示^[6].

图 1 中, O 为投影中心,即光学中心. O_1 为空间椭圆的中心. $Oxyz$ 为摄像机坐标系, $Ox_1y_1z_1$ 为新建坐标系,称之为空间椭圆坐标系,其坐标原点 O 与 O_1 重合, z_1 轴的正向指向正交于空间椭圆 $O_1A_1B_1C_1D_1$ 所在平面,即为其法线方向.为摄像机像平面,与 z_1 轴正交.为 $O_1A_1B_1C_1D_1$ 在上所成的曲线像. $O_2A_2B_2C_2D_2$ 为 $O_1A_1B_1C_1D_1$ 在 xOy 坐标面上的正交投影.设 O_1 在 $Ox_1y_1z_1$ 中的坐标为 (x_{e0}, y_{e0}, z_{e0}) , 矢量 $\vec{OO_1}$ 在 $Ox_1y_1z_1$ 中的方向角分别为 α, β, γ .

收稿日期: 2001-11-29

基金项目: 国家部委基金资助项目

作者简介: 魏振忠(1972-),男,山东青岛人,博士生,100083,北京.

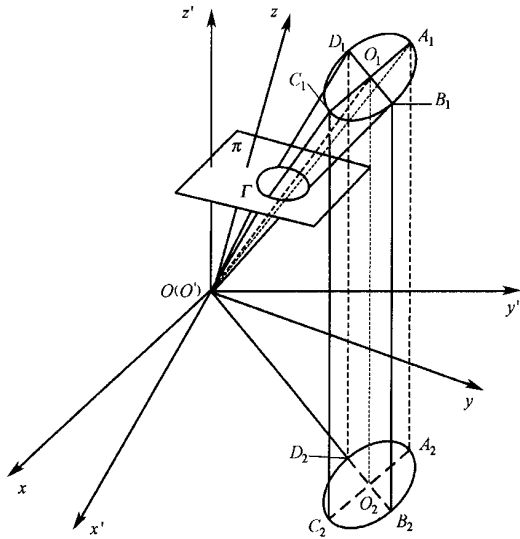


图 1 空间椭圆的摄像机针孔成像原理

2 建立空间椭圆中心 O_1 在摄像机像平面上的成像畸变误差模型

2.1 空间椭圆在上的像椭圆中心坐标模型

为了建模方便起见,不失一般性,考虑 $O_1A_1B_1C_1D_1$ 的如下位置情形:

$O_1A_1B_1C_1D_1$ 的某一轴 A_1C_1 与矢量 OO_1 正交,另一轴为 B_1D_1 . 通过透视中心 O 形成一个斜圆锥面,在 $Oxyz$ 下记为 $OA_1B_1C_1D_1$,在 $Ox'y'z'$ 下记为 $O'A_1'B_1'C_1'D_1'$,则 $OA_1B_1C_1D_1$ 的外形线 $A_1O_1C_1$ 为一等腰三角形. 设 $\angle A_1O_1C_1 = \alpha$, 又假设,当 $\angle O_1O_1D_1 > 90^\circ$ 时,令 $\phi = \angle D_1O_1O_1$; 当 $\angle O_1O_1B_1 > 90^\circ$ 时,令 $\phi = \angle B_1O_1O_1$; 当 $\angle O_1O_1A_1 > 90^\circ$ 时,令 $\phi = \angle A_1O_1O_1$. 令矢量 OB_2 与 x 轴正向沿逆时针方向的夹角为 β .

$O_1A_1B_1C_1D_1$ 的像平面曲线 Γ 的方程建立过程如下:在 $Oxyz$ 下, Γ 为与 $OA_1B_1C_1D_1$ 的截交线. 设 Γ 的方程为 $F(x, y, z) = 0$, $OA_1B_1C_1D_1$ 的方程为 $G(x, y, z) = 0$, 则 Γ 的方程为

$$\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

在平面 $z = z_{e0}$ 内, $O_1A_1B_1C_1D_1$ 在 $Ox'y'z'$ 下的方程可以表达为

$$\frac{[(x \cos \alpha + y \sin \alpha) - (x_{e0} \cos \alpha + y_{e0} \sin \alpha)]^2}{|B_1O_1|^2} + \frac{[-x \sin \alpha + y \cos \alpha - (x_{e0} \sin \alpha + y_{e0} \cos \alpha)]^2}{|A_1O_1|^2} = 1 \quad (2)$$

对于矢量 OO_1 , 有如下关系成立:

$$\begin{cases} x_{e0} = |OO_1| \cos \alpha \\ y_{e0} = |OO_1| \sin \alpha \\ z_{e0} = |OO_1| \cos \beta \end{cases} \quad (3)$$

所以有 $|OO_1| = \frac{z_{e0}}{\cos \beta}$, 则

$$\begin{cases} |A_1O_1| = |OO_1| \tan \alpha = \frac{z_{e0}}{\cos \beta} \tan \alpha \\ |B_1O_1| = z_{e0} \tan(\alpha + \phi) - |OO_1| \sin \alpha \\ z_{e0} \tan(\alpha + \phi) - \frac{z_{e0}}{\cos \beta} \sin \alpha \end{cases} = \quad (4)$$

由式(3)和式(4)、式(2)进一步整理,并令 z_{e0} 为变量,即用 z 代替 z_{e0} , 则得到在 $Oxyz$ 下 $O_1A_1B_1C_1D_1$ 的方程为

$$\begin{aligned} & \{ [\cos \alpha (x \cos \alpha - z \cos \alpha) + \sin \alpha (y \cos \alpha - z \cos \alpha)]^2 / \\ & \{ [\tan(\alpha + \phi) \cos \alpha - \sin \alpha]^2 \} + \\ & \{ [-\sin \alpha (x \cos \alpha - z \cos \alpha) + \cos \alpha (y \cos \alpha - z \cos \alpha)]^2 / \\ & (\tan \alpha)^2 = z^2 \end{aligned} \quad (5)$$

由图 1 可见, $Oxyz$ 与 $Ox'y'z'$ 只存在旋转关系, 设由下式给出

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (6)$$

令 $u = \tan(\alpha + \phi) \cos \alpha - \sin \alpha$, 利用式(6)、式(5)转换为 $Ox'y'z'$ 下 $O_1A_1B_1C_1D_1$ 的方程为

$$\begin{aligned} & \tan^2 \{ [\cos \alpha (r_1 \cos \alpha - r_7 \cos \alpha) + \sin \alpha (r_4 \cos \alpha - r_8 \cos \alpha)] x + \\ & [\cos \alpha (r_2 \cos \alpha - r_8 \cos \alpha) + \sin \alpha (r_5 \cos \alpha - r_8 \cos \alpha)] y + \\ & [\cos \alpha (r_3 \cos \alpha - r_9 \cos \alpha) + \sin \alpha (r_6 \cos \alpha - r_9 \cos \alpha)] z \}^2 + \\ & u^2 \{ [-\sin \alpha (r_1 \cos \alpha - r_7 \cos \alpha) + \cos \alpha (r_4 \cos \alpha - r_7 \cos \alpha)] x + \\ & [-\sin \alpha (r_2 \cos \alpha - r_8 \cos \alpha) + \cos \alpha (r_5 \cos \alpha - r_8 \cos \alpha)] y + \\ & [-\sin \alpha (r_3 \cos \alpha - r_9 \cos \alpha) + \sin \alpha (r_6 \cos \alpha - r_9 \cos \alpha)] z \}^2 = \\ & [(ur_7 \tan \alpha) x + (ur_8 \tan \alpha) y + (ur_9 \tan \alpha) z]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

依式(1),将 $z=f$ 带入式(7),并令

$$\begin{aligned} k &= u[\sin(r_1 \cos \alpha - r_7 \cos \beta) - \\ &\quad \cos(r_4 \cos \alpha - r_7 \cos \beta)] \\ l &= u[\sin(r_2 \cos \alpha - r_8 \cos \beta) - \\ &\quad \cos(r_5 \cos \alpha - r_8 \cos \beta)] \\ m &= u[\sin(r_3 \cos \alpha - r_9 \cos \beta) - \\ &\quad \cos(r_6 \cos \alpha - r_9 \cos \beta)]f \\ n &= \tan[\cos(r_1 \cos \alpha - r_7 \cos \beta) + \\ &\quad \sin(r_4 \cos \alpha - r_7 \cos \beta)] \\ p &= \tan[\cos(r_2 \cos \alpha - r_8 \cos \beta) + \\ &\quad \sin(r_5 \cos \alpha - r_8 \cos \beta)] \\ q &= \tan[\cos(r_3 \cos \alpha - r_9 \cos \beta) + \\ &\quad \sin(r_6 \cos \alpha - r_9 \cos \beta)]f \\ r &= ur_7 \tan \\ s &= ur_8 \tan \\ t &= ur_9 f \tan \end{aligned}$$

则得到在 $Oxyz$ 下, $O_1 A_1 B_1 C_1 D_1$ 在 π 上的透视投影的方程为

$$\begin{aligned} (k^2 + n^2 - r^2)x^2 + 2(kl + np - rs)xy + \\ (l^2 + p^2 - s^2)y^2 + 2(mk + nq - rt)x + \\ 2(ml + pq - st)y + m^2 + q^2 - t^2 = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

式(8)为一二次曲线表达式,它可以表示椭圆、圆、双曲线、抛物线或者直线.但在实际的视觉检测系统中,被测物体总是处于像平面的前方.因此, $O_1 A_1 B_1 C_1 D_1$ 在 π 上所成的像为一闭合的曲线,且为椭圆或者圆.因此,像的中心坐标 (a, b) 由下式给出:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{[(l^2 + p^2 - s^2)(mk + np - rt) - \\ &\quad (kl + np - rs)(ml + pq - st)] / \\ &\quad [(kl + np - rs)^2 - (k^2 + n^2 - \\ &\quad r^2)(l^2 + p^2 - s^2)]}{(k^2 + n^2 - r^2)(ml + pq - st) - \\ &\quad (kl + np - rs)(mk + nq - rt)] / \\ &\quad [(kl + np - rs)^2 - (k^2 + n^2 - \\ &\quad r^2)(l^2 + p^2 - s^2)]} \quad (9) \\ b &= \end{aligned} \right\}$$

2.2 空间椭圆中心在 π 上的实际像点坐标模型

$O_1 A_1 B_1 C_1 D_1$ 的中心 O_1 在 π 上的实际像点的坐标可以利用直线 OO_1 与 π 的交点来求取.首先建立 OO_1 的方程.

OO_1 即直线 $O O_1$ 在 $Oxyz$ 下的方程为

$$\frac{x}{x_{e0}} = \frac{y}{y_{e0}} = \frac{z}{z_{e0}} \quad (10)$$

由式(3)和式(6),得到 OO_1 在 $Oxyz$ 下的方程为

$$\frac{(r_1 x + r_2 y + r_3 z)}{\cos \alpha} = \frac{(r_4 x + r_5 y + r_6 z)}{\cos \beta} = r_7 x + r_8 y + r_9 z / \cos \beta \quad (11)$$

OO_1 与 $z=f$ 的交点即为 O_1 点的实际像点.把 $z=f$ 带入式(11),得

$$\begin{aligned} (r_1 \cos \alpha - r_7 \cos \beta)x + (r_2 \cos \alpha - r_8 \cos \beta)y = \\ r_9 f \cos \beta - r_3 f \cos \beta \\ (r_4 \cos \alpha - r_7 \cos \beta)x + (r_5 \cos \alpha - r_8 \cos \beta)y = \\ r_9 f \cos \beta - r_6 f \cos \beta \quad (12) \end{aligned}$$

由式(12)得到 O_1 点的实际像点的坐标 (a, b) 的表达式为

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{q_1 l_1 - m_1 p_1}{k_1 p_1 - n_1 l_1} \\ b &= \frac{m_1 n_1 - k_1 q_1}{k_1 p_1 - n_1 l_1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} k_1 &= r_1 \cos \alpha - r_7 \cos \beta \\ l_1 &= r_2 \cos \alpha - r_8 \cos \beta \\ m_1 &= (r_3 \cos \alpha - r_9 \cos \beta) f \\ n_1 &= r_4 \cos \alpha - r_7 \cos \beta \\ p_1 &= r_5 \cos \alpha - r_8 \cos \beta \\ q_1 &= (r_6 \cos \alpha - r_9 \cos \beta) f \end{aligned}$$

2.3 成像畸变误差模型

式(9)和式(13)只是在 $O_1 A_1 B_1 C_1 D_1$ 所在的平面与 π 平行时才有 $a = a, b = b$.当二者之间存在一定夹角的时候,它们并不相等.用这2个点之间的距离 d 来描述它们之间偏差的大小,即空间椭圆中心的摄像机针孔成像(即透视投影变换)畸变误差数学模型为

$$d = \sqrt{(a - a)^2 + (b - b)^2} \quad (14)$$

式(14)中, a, b 和 a, b 已分别由式(9)和式(13)具体给出.

3 结束语

在三维视觉检测应用中,空间椭圆中心的摄像机针孔成像畸变误差是确实存在的,并可用模型来描述.该误差与视觉系统的参数、空间椭圆的位置和几何参数有关.

本文所建立的畸变误差模型具有通用性,可以定量地针对具体的视觉系统参数和被测对象的位置及几何参数对畸变误差进行补偿和修正.本文所建立的畸变误差模型为圆孔(椭圆孔)或圆柱(椭圆柱)类工件的中心位置的视觉检测、结构光

三维视觉检测应用及视觉检测中的 CCD 摄像机内部参数标定等问题的解决提供了一个有效的理论依据。

参考文献 (References)

- [1] Perkins W A. Inspector: a computer vision system which learns to inspect parts[J]. IEEE Trans on PAMI, 1986, 8(5): 584 ~ 592
- [2] Wallace A M. Industrial application of computer vision since 1982 [A]. IEEE Proceedings[C]. 1988. 117 ~ 136
- [3] Jong-Soo L, Yur-Ho J. CCD camera calibration and projection error analysis [J]. IEEE Trans on PAMI, 2000, 35(1): 50 ~ 55
- [4] 罗 明. 机器视觉多传感器检测系统及其应用研究[D]. 天津: 天津大学精密仪器与光电子工程学院, 1996. 43 ~ 49
- Luo Ming. Study on multi-sensor machine vision gauging system and its applications[D]. Tianjin: College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering of Tianjin University, 1996. 43 ~ 49 (in Chinese)
- [5] 罗伊特 F. 画法几何学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1991. 329 ~ 337
- Reud F. Descriptive geometry[M]. Beijing: China Machine Press, 1991. 329 ~ 337 (in Chinese)
- [6] Heikkila J, Silvén O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[A]. IEEE Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. 1997. 1106 ~ 1112

Distortion Error Model of Image of Ellipse Center in 3D Visual Inspection

Wei Zhenzhong Zhang Guangjun

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Abstract: In 3D visual inspection applications, there usually exists a distortion error of the CCD camera's pin-hole image of ellipse center. To address this problem, a mathematical model of this distortion error on the image plane of the CCD camera was established based on the theory of perspective projection and the theory of spatial analytic geometry. As it can quantitatively compensate the distortion error according to the parameters of vision system and the position and geometrical parameters of the inspected object, the proposed model provides a valuable theoretical reference for the inspection of the centers of the circular holes (elliptical holes) or cylindrical (cylindroid) workpieces, for the inspection application of structured-light based 3D vision and for the calibration of the intrinsic parameters of CCD cameras.

Key words: vision; ellipse; perspective projection; pin-hole imaging; distortion error