

# 基于几何特性的椭圆中心象坐标的快速求取\*

左爱秋 吴江宁 李世伦 骆涵秀

(浙江大学流体传动及控制国家重点实验室)

**[摘要]**在计算机视觉实时检测和控制系统中,经常以圆(成像后为椭圆)作为标志,并以其中心为特征点,特征点象坐标的快速求取对于保证系统检测和控制的实时性至关重要。本文提出了基于几何特性的椭圆中心象坐标快速求取方法,实验证明此方法是十分有效的。

**关键词:**椭圆 中心 象坐标 几何特性

## 一、引言

圆是计算机视觉实时检测和控制系统中最为常用的标志<sup>[1,2,3]</sup>,它在图像中成像为椭圆。很多情况下,由于是通过获得一幅或多幅图像上多个特征点,即椭圆中心的像坐标来实现系统的检测和控制功能,因此椭圆的其他多项特征并不必要,而中心像坐标的快速求取则是保证系统实时性的关键。

求取椭圆中心像坐标通常有两种方法:一种是先通过广义 Hough 变换,将椭圆提取出来,再进一步求得中心像坐标;另一种方法是通过预处理和边缘检测,将椭圆检测出来,采用二值化或链码的方法,最后求取椭圆的中心像坐标。前者由于 Hough 变换应用于椭圆的检测时,参数空间的维数将扩大到五维,因而需要耗费大量的存储空间和计算时间。虽然针对这个问题已经提出了许多改进方法,但若应用于实时检测和控制,仍不可取<sup>[4,5]</sup>;后者同样十分繁杂费时,不能很好地满足系统实时性的要求<sup>[2,3]</sup>。

本文在合理的、可接受的假设的基础上,提出一种基于几何特性的计算椭圆中心像坐标的新方法。

## 二、椭圆中心像坐标快速求取原理

通常椭圆的中心像坐标  $(x_n, y_n)$  由以下公式求得:

$$(x_n, y_n) = (M_{10}/M_{00}, M_{01}/M_{00}) \quad (1)$$

$$M_{pq} = \sum \sum f(a, b) \cdot a^p \cdot b^q \quad (2)$$

其中  $(a, b)$ : 二值化后,属于椭圆集合的像素点的像坐标;

$f(a,b)$ : 像坐标为  $(a,b)$  的像素的灰度值。对于二值化后属于椭圆集合的像素,显然  $f(a, b)=1$ ;

$M_{pq}$ : 图像的  $pq$  阶矩;

则有:

$$M_{00} = \sum \sum a^0 \cdot b^0 = npix \quad (3)$$

$$M_{10} = \sum \sum a^1 \cdot b^0 = \sum \sum a = sumx \quad (4)$$

$$M_{01} = \sum \sum a^0 \cdot b^1 = \sum \sum b = sumy \quad (5)$$

$npix$ : 属于椭圆集合的所有像素点的总个数;

$sumx$ : 属于椭圆集合的所有像素点的横坐标累加值;

$sumy$ : 属于椭圆集合的所有像素点的纵坐标累加值;

因此:

$$x_n = sumx/npix \quad (6)$$

$$y_n = sumy/npix \quad (7)$$

由此可见,要求得椭圆的中心像坐标  $(x_n, y_n)$ ,只需知道属于椭圆集合的像素总个数  $npix$ 、横坐标累加值

\* 本课题获得国家自然科学基金资助。

sumx、纵坐标累加值 sumy，并不必要先经过整个图像二值化，并将属于椭圆集合的像素点依次计算。

### 三、椭圆的几何特性及快速求取其中心象坐标

如图 1 所示， $xOy$  为平面直角坐标系， $\delta$  为椭圆集合，则其具有以下几何性质。

性质 1. 椭圆集合  $\delta$  是凸集合，对于任意  $p_1, p_2 \in \delta$  和任意实数  $\alpha \in [0, 1]$ ，连线

$$\alpha \cdot p_1 + (1-\alpha) \cdot p_2 \in \delta \quad (8)$$

性质 2. 椭圆曲线  $L$  为连线光滑曲线，假设  $p_3, p_4$  为  $L$  上两点，其平面坐标分别为  $(x_3, y_3), (x_4, y_4)$ ，则当两点距离足够近时：

$$x_4 \approx x_3 + (y_4 - y_3) \cdot 1 / \frac{\partial L}{\partial x} \Big|_{x=x_3} \quad (9)$$

目前在计算机视觉系统中，一定的先验知识仍是十分必要的，也常常是可接受的，尤其是在许多可以人为布置标志的情况下，例如在空间飞行器交会对接的研究中。因此标志的几何特征、其在目标上的位置及其相互关系常常是已知的；并且为了便于识别和跟踪以增大系统检测和控制鲁棒性，各标志往往相互分离布置，并与图像背景在灰度或色彩上对比度很大。因此合理地作以下假设：

假设 1. 各椭圆集合相互之间无重合或交错、遮断；且近邻背景区域灰度或色彩均匀，无强烈噪声；

假设 2. 能够采用有效的边缘检测方法和严格的判别准则，准确地检测到处于相邻两行  $j$  行和  $j-1$  行的椭圆边缘上左右两个像素点，如图 2 所示，其像坐标分别以  $(x'_j, y_j), (x''_j, y_j)$  和  $(x'_{j-1}, y_{j-1}), (x''_{j-1}, y_{j-1})$  表示，显然  $y_j = j, y_{j-1} = j-1$ ；

由上述椭圆几何性质可知，对于  $j$  行，则有：

$$npix = x'_j - x''_j + 1 \quad (10)$$

$$sumx = (x'_j + x''_j) \cdot (x'_j - x''_j + 1) / 2 \quad (11)$$

$$sumy = (x'_j - x''_j + 1) \cdot y_j \quad (12)$$

对于  $j-1$  行，则在  $j$  行像素基础上，累加像素数  $npix$ 、像面横坐标值  $sumx$  和纵坐标值  $sumy$  分别为：

$$npix = npix + x'_{j-1} - x''_{j-1} + 1 \quad (13)$$

$$sumx = sumx + (x'_{j-1} + x''_{j-1}) \cdot (x'_{j-1} - x''_{j-1} + 1) / 2 \quad (14)$$

$$sumy = sumy + (x'_{j-1} - x''_{j-1} + 1) \cdot y_{j-1} \quad (15)$$

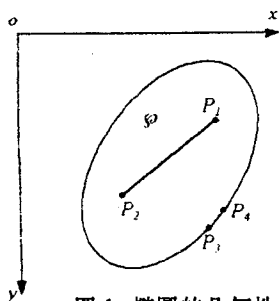


图 1 椭圆的几何性质

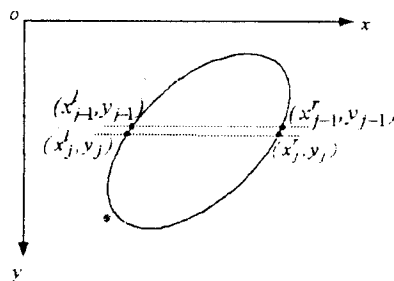


图 2 初始边缘点分布示意

由图 3 可知：

$$ctg\alpha = (x'_{j-1} - x''_j) / (y_j - y_{j-1}) \quad (16)$$

由于椭圆边缘光滑连续，则在  $j-2$  行，对于椭圆的左边缘像素点像坐标  $(x'_{j-2}, y_{j-2})$  纵坐标为  $y_{j-2} = j-2$ ，横坐标值  $x'_{j-2}$  可预测为：

$$x'_{j-2} = x'_{j-1} + (y_{j-1} - y_{j-2}) \cdot ctg\alpha \quad (17)$$

在像素点  $(x_{j-2}^l, y_{j-2}^l)$  同行附近各像素点搜索,采用合理和足够的边缘检测条件,可以快速且准确的得到边缘点的像坐标  $(x_{j-2}^r, y_{j-2}^r)$ 。同样可处理右边缘点,并继续累加  $npix, sumx$  和  $sumy$ 。对于其他各行像素依次类推,直至  $x_m^l = x_m^r$  结束。

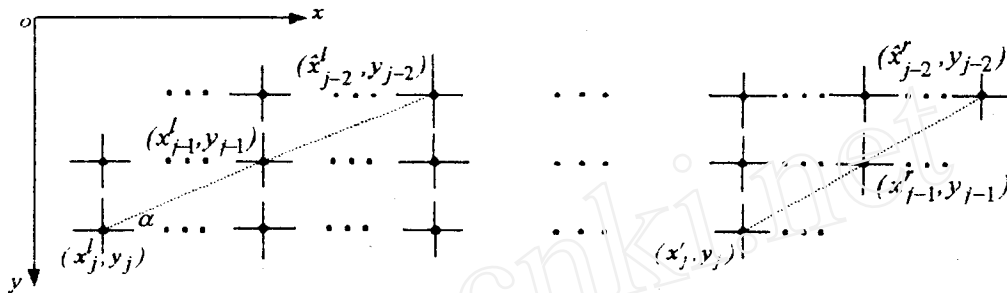


图3 基于几何特性的椭圆边缘像素点预测

对于  $j+1, j+2 \dots$  行像素做同样处理,得到最后的像素系数累加值  $npix$ , 横坐标累加值  $wumx$  和纵坐标累加值  $wumy$ , 利用式 (6), (7), 得到椭圆中心像坐标  $(x_w, y_w)$ 。

#### 四、实验及结果

在双目电视检测和控制六自由度平台位姿系统中<sup>[6]</sup>,于浅黄色的平台上采用黑色材料分别制作作为标志的三个圆,其半径为 0.1m, 如图 4 所示,三圆心呈顶角约为 50 度等腰三角形分布。

为排除周围其他物体强烈干扰,在图像中以位于三个椭圆中间的某一像素  $p$  为起点进行方形逐环扫描,如图 5 所示。图像中物体边缘的准确检测是一个广泛且重要的研究方向。合理地假设,可以采用有效的边缘检测方法准确地先后检测到各个椭圆起始边缘点,然后分别采用局部二值化方法和本文所述的方法。

二值化是图像分割中最简单的一种方法,通过设置一阈值  $T$ ,将图像分割开:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) \geq T \\ 0 & f(x, y) < T \end{cases} \quad (18)$$

局部二值化从检测到的初始边缘像素点  $(s, t)$  出发,并取门限值  $T=f(s, t)$ 。根据  $T$  判断 8-邻域像素,如果  $f(x, y) \geq T$  则  $f(x, y)=1$ ,以此类推,直至邻域中没有可分割像素为止。

采用本文所述方法,也取门限值  $T=f(s, t)$ ,并予以之进行边缘检测。分别对平台的同一位姿抓取图像进行椭圆中心像坐标计算,  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  分别为三个椭圆中心像坐标,结果如表 1 所示。

表 1

	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$	time(s)
局部二值化	403.223709	309.854782	375.865742	173.439261	239.452316	298.476328	0.322537
本文方法	402.654237	308.764954	376.127865	172.665244	239.354289	298.371254	0.052746
平均值	402.938973	309.309868	375.996804	173.052253	239.403303	298.423791	
本文方法结果与平均值差值	-0.284736	-0.544914	0.131061	-0.387009	-0.049014	-0.052537	
相对误差	-0.07%	-0.18%	0.03%	-0.22%	-0.02%	-0.02%	

可以看到,采用本文所述方法,在保持几乎同等精度的基础上,速度较局部二值化大大提高,所需时间仅约为其 1/6。这是因为在处理过程中,利用椭圆的几何特性,后一行像素边缘检测基于前一行的处理结果,且不再逐个像素进行判断,由一行像素两个边缘端点的位置接得到此像素的坐标和个数累加值,因而能够在获得同等

图像处理精度的基础上,大大提高处理速度。

表 1 所示数据仅是对平台一个位姿抓取图像进行处理的结果。在实验中,对平台的几十种不同的位姿进行了实验,结果表明了本文方法的有效性。实验结果精度与局部二值化基本相同,相对误差在  $\pm 0.4\%$  之间,平均所需时间仅为局部二值化的 1/6。当然具体到每一种情况,图像处理所需时间与平台的空间位姿有很大关系。

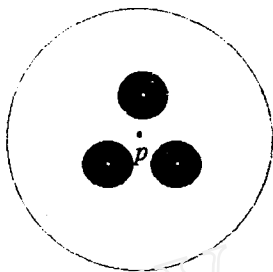


图 4 作为标志的圆分布示意图

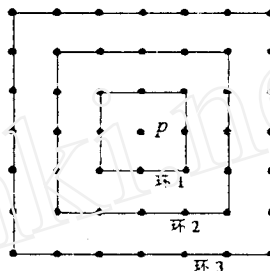


图 5 方形扫描示意图

## 五、结论

本文对计算机视觉中椭圆的中心象坐标求取问题进行了研究,提出基于椭圆的凸集合和边缘光滑连续性质的快速求取中心象坐标的方法。实验证明这种方法十分有效,从而提高计算机实时检测和控制系统的性能打下一定的基础。此外,本文所述方法对于其他属于凸集合且边缘光滑连续图形的中心象坐标求取同样适用。

## 参考文献

- [1] 陈刚,方迁健,采用圆形标记实现目标的三维运动估计,模式识别与人工智能,1991,4(1): 83-90.
- [2] 李金宗,韩忠芳,逯仁贵,马子墨,空间交会对接资料汇编,哈尔滨工业大学出版社,1997.
- [3] 江海标,陈宗基,一种基于先验知识的 3D 位姿参数识别方法.理论与实践,1997,18(1):6-9
- [4] Yin P Y, Chen L H. A new method for ellipses detection using symmetry. Electronic Imaging, 1994,3: 20-29.
- [5] Huang C L. Elliptical feature extraction via an improved Hough transformation. Pattern Recognition Letters, 1989, 10:93-100.
- [6] 左爱秋,吴江宁,李世伦,骆涵秀. 并联式六自由度电液伺服平台位姿的立体视觉闭环控制. 中国智能机器人 98 研讨会专辑,中南工业大学学报:228-232.

## Fast Calculation of Image Coordination of Centers of Ellipses

Zuo Aiqiu Wu Jiangning Li Shilun Luo Hanxiu

(Zhejiang University, SKLOFP)

**Abstract:** In real time computer vision detection and control systems, circles, whose images are ellipses, are usually served as earmarks with their centers as feature points. Quickly extracting image coordination of these centers is the key to the real time of systems. In this paper, a new method is put forward to calculate the center of the ellipse based on geometric features. The experimental results are given to show that this method is very effective.