

第 5 章 均匀传输线理论

5.1 均匀传输线理论概述

在第 4 章我们讨论了无界媒质中平面电磁波的传播规律以及不同媒质分界面上的电磁波的反射和透射规律。本章开始讨论电磁波的传输问题,广义的讲,凡是用来导引电磁波沿一定方向传输的导体、介质或由它们共同组成的导波系统均称为**传输线**。传输线的作用是将电磁波能量或信息定向地从一点传输到另一点。如远距离传输的电力线、传输有线电视信号的同轴线、微波传输的金属波导、光通信的光纤等。

5.1.1 导波形式及传输线的分类

1) 在传输线中有三种导波形式:横电磁波(TEM 模)、横电波(TE 模)和横磁波(TM 模)。

横电磁波(TEM 模):电磁波电场分量和磁场分量均与传播方向垂直,即在传播方向上既没有电场分量,也没有磁场分量;如沿 z 方向传播的电磁波, $E_z=0, H_z=0$ 。横电波(TE 模):电场分量与传播方向垂直,即在传播方向上没有电场分量,如 $E_z=0, H_z \neq 0$ 。横磁波(TM 模):磁场分量与传播方向垂直,即在传播方向上没有磁场分量,如 $E_z \neq 0, H_z=0$ 。

2) 常用的传输线如图 5-1-1 所示。通常按导波形式,传输线分类如下:

传输线	非 TEM 模传输线	TEM 模传输线 (双导体系统:平行板导体、平行双线、同轴线、带状线、微带线等)
		混合 TE、TM 模传输线 (表面波传输线:介质波导、介质镜像线等)

上述传输线分类中,混合传输线在某种情况下也可单独传输 TE 模和 TM 模;双导体系统也可传输 TE 模和 TM 模;金属波导也可传输混合的叠加波,但这些情况一般不常用。本章主要讨论 TEM 波传输线,即双导体型传输线。如图 5-1-1 (a) 所示

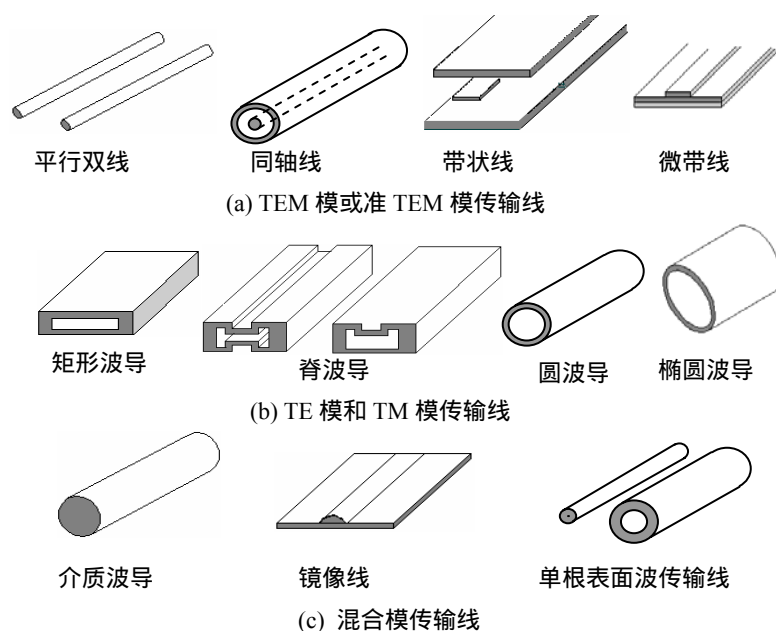


图 5-1-1 微波传输线及其分类

传输线按其传输电磁波的波长情况又可分为长线和短线。所谓长线是指传输线的几何长

度 l 与传输的电磁波的波长 λ 的比值(即电长度 l/λ) 大于或接近于 1, 否则就是短线。如微波技术中, 由于其波长大都在厘米、毫米甚至更短范围, 即使 1m 长度的传输线都应视为长线; 但在电力工程中, 即使 1km 长的传输线对于 50Hz 的交流电(其波长为 6000km)来说, 应视为短线。本章提到的传输线均指长线传输线。

5.1.2 双导线型传输线基本要求以及分布参数

对传输线的基本要求是: 工作频带宽; 功率容量大; 工作稳定性好; 损耗小; 尺寸小和成本低。

长线一般都是传输波长较短频率较高的信号, 其上的辐射损耗、导体损耗以及介质损耗很大, 因此在高频时传输线的电容、电感、串联电阻和并联导纳等效应都不能被忽略, 而且呈现分布特性。以双线为例: 当频率很高时, 导线中所流过的高频电流会产生集肤效应, 沿线各处都存在损耗, 呈现出**串联电阻特性**; 高频电流通过导线, 在周围存在高频磁场, 呈现出**电感特性**; 两导线之间有电压, 两线间存在高频电场, 呈现出**电容特性**; 两导线间的介质并非理想介质, 存在漏电流, 相当于双导线间并联了一个电导, 呈现出**并联导纳特性**。这些特性分布在整个传输线, 形成了分布参数电路。

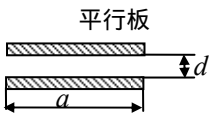
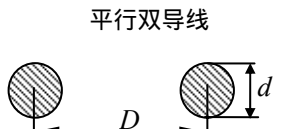

常用单位长度的 \hat{R} 、 \hat{L} 、 \hat{C} 、 \hat{G} 来表示长线的分布电阻、分布电感、分布电容、分布电导。一般情况下, 称传输信号的长线电路叫**分布参数电路**, 称短线组成的电路为**集中参数电路**。只有当接入实际电阻、电容、电感等元件时, 集中参数电路才表现出这些参数特性, 而在低频时分布参数可被忽略。为进一步说明微波传输线中的分布参数是不可忽略的, 可比较如下数据。

某一双线传输线分布电感为 $L=1\text{nH/mm}$, 分布电容为 $C=0.01\text{pF/mm}$ 。

在低频率 $f=50\text{Hz}$ 时, 传输线上每毫米引入的串联电抗和并联电纳分别为 $X_L=2\pi fL=3.14\times 10^{-7}\Omega/\text{mm}$, $B_c=2\pi fC=3.14\times 10^{-12}\text{S/mm}$ 。可见, 低频时分布参数很小, 可忽略。

当高频率为 $f=5\times 10^9\text{Hz}$ 时, $X_L=2\pi fL=31.4\Omega/\text{mm}$, $B_c=2\pi fC=3.14\times 10^{-4}\text{S/mm}$ 。显然, 此时分布参数不可忽略, 必须加以考虑。

表 5-1-1 列出了双导线和同轴线的分布参数

传输线 参量	平行板 	平行双导线 	同轴线 
电阻 $\hat{R}/\Omega\cdot\text{m}^{-1}$	$\frac{2}{a}\sqrt{\frac{\pi f \mu_1}{\sigma_1}}$	$\frac{2}{\pi d}\sqrt{\frac{\omega \mu_1}{2\sigma_1}}$	$\sqrt{\frac{f \mu_1}{4\pi\sigma_1}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$
电感 $\hat{L}/(\text{H}\cdot\text{m}^{-1})$	$\frac{\mu d}{a}$	$\frac{\mu}{\pi}\ln\frac{D+\sqrt{D^2-d^2}}{d}$	$\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$
电容 $\hat{C}/(\text{F}\cdot\text{m}^{-1})$	$\frac{\epsilon d}{a}$	$\frac{\pi\epsilon}{\ln\frac{D+\sqrt{D^2-d^2}}{d}}$	$\frac{2\pi\epsilon}{\ln\frac{b}{a}}$
电导 $\hat{G}/(\text{S}\cdot\text{m}^{-1})$	$\frac{\sigma a}{d}$	$\frac{\pi\sigma}{\ln\frac{D+\sqrt{D^2-d^2}}{d}}$	$\frac{2\pi\sigma}{\ln\frac{b}{a}}$

注: ϵ 、 μ 、 σ 导体所在的介质的介电常数、磁导率和电导率, μ_1 、 σ_1 为导体的磁导率和电导率

5.1.3 传输线分析方法

在传输线上, 电磁波可用麦克斯韦方程组来研究和分析, 信号可用电场和磁场来表示,

这种方法叫“场”的分析方法。另一方面传输线上具有明确的分布参数电路的概念，信号也可用电压波和电流波来表示，这种用分布参数电路研究和分析传输线的方法，被称为“路”的分析方法。“场”的理论和“路”的理论既紧密相关，又相互补充，并且是相互统一的。下面我们用麦克斯韦方程推导传输线基本方程。

为了用麦克斯韦方程求出传输线上电压与电流的关系，即传输方程。我们选用如图 5-1-2 所示的平行板传输线。假定研究的传输线轴向均匀无限长，横截面不随轴线的变化而变化，选轴线为 z 轴方向，板间距为 d ，宽度为 a 。对于 $a \gg d$ ，可以忽略电磁场的边缘效应，且电

磁场传播方向 k 沿 \hat{z} 方向、电场 E 沿 \hat{x} 方向、磁场 H 沿 \hat{y}

方向。可见电场 E ，磁场 H 与电磁场传播方向 k 三者相互垂直，导波为横电磁 (TEM) 波。这样可以得到

$$\mathbf{E} = \hat{x}E_x(z,t) \quad (5-1-1)$$

$$\mathbf{H} = \hat{y}H_y(z,t) \quad (5-1-2)$$

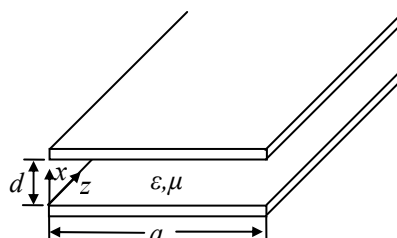


图 5-1-2 平行板传输线

在平行板传输线中运用麦克斯韦方程 $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \partial \mathbf{H} / \partial t$ ， $\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \partial \mathbf{E} / \partial t$ 可得

$$\frac{\partial}{\partial z} E_x(z,t) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} H_y(z,t) \quad (5-1-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} H_y(z,t) = -\varepsilon \frac{\partial}{\partial t} E_x(z,t) \quad (5-1-4)$$

板间电压 $V(z,t)$ 被定义为 $V(z,t) = E_x(z,t)d$ ，电流 $I(z,t)$ 被定义为 $I(z,t) = H_y(z,t)a$ ，

平行板传输线的单位长度的电感 L 为 $L = \mu d / a$ (H/m)；单位长度的电容 C 为 $C = \varepsilon d / a$

(F/m)，则方程(5-1-3)和(5-1-4)可写为

$$\frac{\partial}{\partial z} V(z,t) = -\hat{L} \frac{\partial}{\partial t} I(z,t) \quad (5-1-5)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} I(z,t) = -\hat{C} \frac{\partial}{\partial t} V(z,t) \quad (5-1-6)$$

由电压和电流表示的这两个方程就是传输线方程。相似的，对于双导线、同轴线、微带线以及带状线也可以用此方法导出相同的传输线方程。

[思考题]

- 1) 何为集中参数电路？何为分布参数电路？分别举例说明。
- 2) 何为长线？何为短线？分别举例说明。
- 3) 在微波传输中，厘米波段的微波一般可以选用哪些传输线，毫米波段及亚毫米波段的微波一般可以选用哪些传输线。

5.2 传输线方程及其解

5.2.1 均匀双导体传输线的分布参数及其等效电路

所谓均匀传输线是指传输线的几何尺寸、相对位置、导体材料以及周围媒质特性沿电磁波传输方向不改变的传输线。由上一节可知，均匀传输线有四个分布参数：分布电阻 \hat{R} 、

分布电导 \hat{G} 、分布电感 \hat{L} 、分布电容 \hat{C} 。其中字母头上的符号“ $\hat{\quad}$ ”用来表示这些单位长度的参数量。这些分布参数的大小与传输线的种类、形状、尺寸、导体材料及周围媒质特性有关。

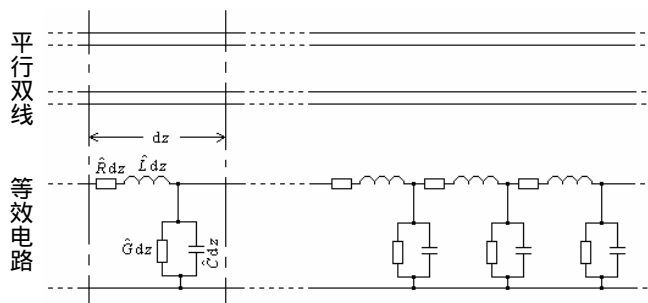


图 5-2-1 双导体传输线及其等效电路

利用分布参数的概念，将均匀传输线分成无数个 dz ($dz \ll \lambda$) 长度的微元段，每一微元段上的分布参数等效为如图 5-2-1 所示(以平行双线为例)的集中参数电路，该电路是由 $\hat{R} dz$ 、 $\hat{G} dz$ 、 $\hat{L} dz$ 及 $\hat{C} dz$ 四个集中参数组成的 Γ 型网络，整段传输线的等效电路就变为无限多的 Γ 型网络的级联。

5.2.2 电报方程及其解

假设信号源是角频率为 ω 的时谐变源，则可将分布电阻和分布电感等效为单位长度的串联阻抗

$$\hat{Z} = \hat{R} + j\omega\hat{L}$$

将分布电导和分布电容等效为单位长度的并联导纳

$$\hat{Y} = \hat{G} + j\omega\hat{C}$$

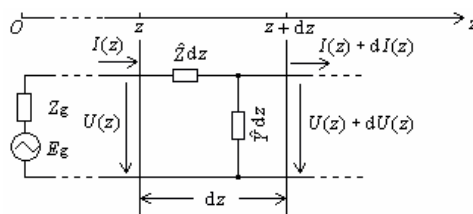


图 5-2-2 时谐变源下的传输线等效电路

则 dz 长度的微元段的等效电路变为如图 5-2-2 所示电路。传输线上的电压和电流不但是时间的函数，而且也是坐标的函数，即 $u = u(z, t)$ ， $i = i(z, t)$ 。这里讨论的是时谐变信号源，因此采用复振幅形式的 $U(z)$ ， $I(z)$ 表示距信号源为 z 位置处的电压和电流。由于串联阻抗 $\hat{Z} dz$ 和并联电纳 $\hat{Y} dz$ 的存在，使得在 $z + dz$ 位置处的电压和电流变为 $U(z) + dU(z)$ 和 $I(z) + dI(z)$ ，它们的变化关系如下

$$\begin{cases} U(z) - [U(z) + dU(z)] = -dU(z) = I(z)\hat{Z} dz \\ I(z) - [I(z) + dI(z)] = -dI(z) = [U(z) + dU(z)]\hat{Y} dz \approx U(z)\hat{Y} dz \end{cases}$$

从而可得

$$\begin{cases} \frac{dU(z)}{dz} = -\hat{Z}I(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} = -\hat{Y}U(z) \end{cases} \quad (5-2-1)$$

式(5-2-1)为一阶常微分方程组，也称**传输线方程**，该式清楚地给出了每一微元段上的电压和电流的变化规律，为求(5-2-1)式的解，在每一式两边再对 z 求导一次并化简可得

$$\begin{cases} \frac{d^2 U(z)}{dz^2} = -I(z) \frac{d\hat{Z}}{dz} - \hat{Z} \frac{dI(z)}{dz} = -I(z) \frac{d\hat{Z}}{dz} + \hat{Z}\hat{Y}U(z) \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} = -U(z) \frac{d\hat{Y}}{dz} - \hat{Y} \frac{dU(z)}{dz} = -U(z) \frac{d\hat{Y}}{dz} + \hat{Z}\hat{Y}I(z) \end{cases} \quad (5-2-2)$$

上式的化简利用了式(5-2-1)，式(5-2-2)是研究传输线的基本方程，称为**传输线的电报方程**，也称为**传输线的波动方程**。

对于均匀传输线， \hat{Z} 、 \hat{Y} 与 z 无关，式(5-2-2)可简化为

$$\begin{cases} \frac{d^2 U(z)}{dz^2} - \hat{Z}\hat{Y}U(z) = 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \hat{Z}\hat{Y}I(z) = 0 \end{cases} \quad (5-2-3)$$

式(5-2-3)中的两式在形式上完全一样，且都为二阶常系数微分方程。它们的通解为

$$\begin{cases} U(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \\ I(z) = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z} \end{cases} \quad (5-2-4)$$

式(5-2-4)中的 $\gamma = \sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}$ 称为**传播常数**， A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 是由传输线的始端或终端的边界条件决定的常数，进一步分析发现这两对常数不是彼此独立的，将式(5-2-4)的第一式代入式(5-2-1)的第一式可得

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) \quad (5-2-5)$$

式(5-2-5)中， $Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{Z}}{\hat{Y}}} = \sqrt{\frac{\hat{R} + j\omega\hat{L}}{\hat{G} + j\omega\hat{C}}}$ ，具有阻抗的单位，是传输线的**特性阻抗**。常数 A_1 和

A_2 的确定，一般有两种情况：一是已知终端电压 U_2 和电流 I_2 ；二是已知始端电压 U_1 和电流 I_1 。接下来分别作介绍。

(1) 已知终端电压 U_2 和电流 I_2

如图 5-2-4 所示，将 $z = L$ ， $U(L) = U_2$ ， $I(L) = I_2$ 分别代入式(5-2-4)第一式和式(5-2-5)可以求得

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{2}(U_2 + Z_0 I_2) e^{\gamma L} \\ A_2 = \frac{1}{2}(U_2 - Z_0 I_2) e^{-\gamma L} \end{cases} \quad (5-2-6)$$

代回式(5-2-4)第一式和式(5-2-5)，整理可得

$$\begin{cases} U(z') = \frac{U_2 + Z_0 I_2}{2} e^{\gamma z'} + \frac{U_2 - Z_0 I_2}{2} e^{-\gamma z'} = U_i(z') + U_r(z') \\ I(z') = \frac{U_2 + Z_0 I_2}{2Z_0} e^{\gamma z'} - \frac{U_2 - Z_0 I_2}{2Z_0} e^{-\gamma z'} = I_i(z') + I_r(z') \end{cases} \quad (5-2-7)$$

式(5-2-7)中, $z' = L - z$ 是由终端为原点朝始端算起的坐标, 参见图 5-2-3, 以后视具体情况用 z 坐标或 z' 坐标, 意义与此相同, 不再赘述。

$U_i(z')$ 与 $I_i(z')$ 是由信号源传向负载的行波, 称为入射波, $U_r(z')$ 与 $I_r(z')$ 是由负载传向信号源的行波称反射波。由式(5-2-7)可见传输线上任意位置的电压和电流均是入射波和反射波的叠加。

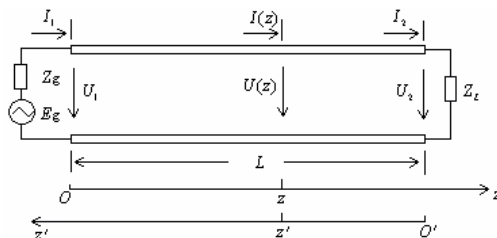


图 5-2-3 求常数 A_1 、 A_2 用图

(2) 已知始端电压 U_1 和电流 I_1

将 $z = 0$, $U(0) = U_1$, $I(0) = I_1$, 分别代入式(5-2-4)第一式和式(5-2-5)可以求得

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{2}(U_1 + Z_0 I_1) \\ A_2 = \frac{1}{2}(U_1 - Z_0 I_1) \end{cases} \quad (5-2-8)$$

所以有

$$\begin{cases} U(z) = \frac{U_1 + Z_0 I_1}{2} e^{-\gamma z} + \frac{U_1 - Z_0 I_1}{2} e^{\gamma z} = U_i(z) + U_r(z) \\ I(z) = \frac{U_1 + Z_0 I_1}{2Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{U_1 - Z_0 I_1}{2Z_0} e^{\gamma z} = I_i(z) + I_r(z) \end{cases} \quad (5-2-9)$$

不论是已知终端电压和电流还是已知始端电压和电流, 所得结果虽然形式不同, 但实际上都是一样的, 传输线上任一点的电压和电流都由入射波和反射波两部分叠加而得。

一般情况下, 传播常数 γ 是一个复数, 令 $\gamma = \alpha + j\beta$, 则从指数函数的特点可看出, α 为单位长度的**衰减常数**, 单位为 Np/m(奈培每米), β 为单位长度的**相移常数**, 单位为 rad/m。

最后我们将所得的复数形式(5-2-4)第一式和式(5-2-5)写成瞬时值形式为

$$\begin{cases} u(z, t) = \text{Re}[U(z) e^{j\omega t}] = A_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) + A_2 e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) \\ i(z, t) = \text{Re}[I(z) e^{j\omega t}] = \frac{A_1}{Z_0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) - \frac{A_2}{Z_0} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) \end{cases}$$

这里假定 A_1 、 A_2 、 Z_0 为实数, 其中相位 $\omega t - \beta z$ 表示信号由信号源传向负载, $\omega t + \beta z$ 表示信号由负载传向信号源, 向 z 正方向传播的信号衰减由 $e^{-\alpha z}$ 来量值, 向 z 负方向传播的信

号衰减由 $e^{\alpha z}$ 来量值。所以入射波和反射波都是衰减行波。

5.2.3 无耗传输线的基本特性

所谓**无耗传输线**是指 $\hat{R} = 0$, $\hat{G} = 0$ 的传输线。实际上这样的传输线是不存在的, 不过当导体材料采用良导体, 周围介质又是低耗材料时, 传输线的损耗相对较小, 在分析传输线的传输特性时可以近似看作无耗线。无耗传输线的基本特性可由传输特性、特性阻抗、输入阻抗、反射系数、驻波系数和传输功率来表征。

(1) 传输特性

对于无耗传输线, 传播常数为

$$\gamma = \sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} = \sqrt{j\omega\hat{L} \cdot j\omega\hat{C}} = j\omega\sqrt{\hat{L}\hat{C}} = j\beta \quad (5-2-10)$$

所以衰减常数为零, 信号无衰减, **相移常数**

$$\beta = \omega\sqrt{\hat{L}\hat{C}} \quad (5-2-11)$$

此时无耗线上离终端 z' 处的电压、电流表达式可变成如下形式

$$\begin{cases} U(z') = A_1 e^{-j\beta(L-z')} + A_2 e^{j\beta(L-z')} = U_{i0} e^{j\beta z'} + U_{r0} e^{-j\beta z'} \\ I(z') = \frac{A_1}{Z_0} e^{-j\beta(L-z')} - \frac{A_2}{Z_0} e^{j\beta(L-z')} = \frac{U_{i0}}{Z_0} e^{j\beta z'} - \frac{U_{r0}}{Z_0} e^{-j\beta z'} \end{cases} \quad (5-2-12)$$

式(5-2-12)中 U_{i0} , U_{r0} 分别为入射波电压和反射波电压的复振幅。

根据**相速度**的定义: 波的等相位面移动的速度, 可从等相位面方程

$$\omega t \pm \beta z = \text{常数}$$

求得入射波和反射波的相速度为

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \pm \frac{\omega}{\beta} = \pm \frac{1}{\sqrt{\hat{L}\hat{C}}} \quad (5-2-13)$$

即传输线上的入射波和反射波以相同的速度向相反方向沿传输线传播。

定义传输线上的**相波长** λ_p 为同一个时刻传输线上电磁波的相位相差 2π 的距离, 即

$$\lambda_p = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\hat{L}\hat{C}}} = \frac{v_p}{f} = v_p T \quad (5-2-14)$$

式(5-2-14)中 f 为电磁波的频率, T 为振荡周期。

(2) 特性阻抗

传输线**特性阻抗**的定义为: 传输线入射波电压 $U_i(z)$ 和入射波电流 $I_i(z)$ 之比(或反射波电压 $U_r(z)$ 和反射波电流 $I_r(z)$ 之比的负值)即

$$Z_0 = \frac{U_i(z)}{I_i(z)} = -\frac{U_r(z)}{I_r(z)} \quad (5-2-15)$$

由 5.2.2 节的介绍可知

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{Z}}{\hat{Y}}} = \sqrt{\frac{\hat{R} + j\omega\hat{L}}{\hat{G} + j\omega\hat{C}}} \quad (5-2-16)$$

对于无耗传输线

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} \quad (5-2-17)$$

可以看出,无耗传输线的特性阻抗与信号源的频率无关,由于分布电容和分布电感都是实数,所以无耗线的特性阻抗为实数。

(3) 反射系数和驻波系数

传输线上反射波的大小和相位与入射波的大小和相位之间的关系通常用反射系数来描写,定义距离终端 z' 处的**电压反射系数** $\Gamma_V(z')$ 为该处反射波电压与该处入射波电压之比,即

$$\Gamma_V(z') = \frac{U_r(z')}{U_i(z')} \quad (5-2-18)$$

定义距离终端 z' 处的**电流反射系数** $\Gamma_I(z')$ 为该处反射波电流与该处入射波电流之比,即

$$\Gamma_I(z') = \frac{I_r(z')}{I_i(z')} \quad (5-2-19)$$

比较式(5-2-7)两式,可知 $\Gamma_V(z') = -\Gamma_I(z')$,即传输线上任意点的电压反射系数和电流反射系数大小相等,相位相反。通常用电压反射系数来表征反射波的大小和相位,以后如无特别说明,提到的反射系数 $\Gamma(z')$ 就是指电压反射系数 $\Gamma_V(z')$ 。

利用式(5-2-7)第一式可得无耗传输线上的反射系数为

$$\Gamma(z') = \frac{U_r(z')}{U_i(z')} = \frac{U_2 - Z_0 I_2}{U_2 + Z_0 I_2} e^{-2j\beta z'} \quad (5-2-20)$$

其中的传播常数 γ 已用无耗传输线的 $j\beta$ 代入。当 $z' = 0$ 时,可得终端反射系数 Γ_2 为

$$\Gamma_2 = \frac{U_2 - Z_0 I_2}{U_2 + Z_0 I_2} = \frac{Z_L I_2 - Z_0 I_2}{Z_L I_2 + Z_0 I_2} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = |\Gamma_2| e^{j\varphi_2} \quad (5-2-21)$$

从式(5-2-21)可见,终端反射系数仅由终端负载 Z_L 和传输线特性阻抗 Z_0 决定,其模就是反射波电压与入射波电压的振幅之比,其相位 φ_2 为反射波电压与入射波电压的相位差。有了

Γ_2 后,反射系数公式改写为

$$\Gamma(z') = \Gamma_2 e^{-2j\beta z'} = |\Gamma_2| e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')} \quad (5-2-22)$$

因此无耗传输线上任意一点的反射系数的模是相等的,都等于终端电压反射系数的大小(所以有时用 $|\Gamma|$ 来表示反射系数的大小,说明与位置无关),也就是说任意一点的反射波电压与入射波电压的振幅之比都是相等的。离终端为 z' 处的反射系数的相位落后终端反射系数 $2\beta z'$ 。

引入反射系数后,无耗传输线上任意一点的电压和电流公式可改写成

$$\begin{cases} U(z') = U_i(z') + U_r(z') = U_i(z')[1 + \Gamma(z')] \\ I(z') = I_i(z') + I_r(z') = I_i(z')[1 - \Gamma(z')] \end{cases} \quad (5-2-23)$$

反射波的大小除了可用反射系数来描写外,还可以用驻波系数 ρ 来表示,驻波系数也叫驻波比,其定义为传输线上电压(或电流)的最大值和最小值之比,即

$$\rho = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{|I|_{\max}}{|I|_{\min}} \quad (5-2-24)$$

当入射波的相位与该处反射波的相位同相时,合成电压(或电流)达到最大值,当两者相位相反时,合成波出现最小值,所以有

$$\begin{cases} |U|_{\max} = |U_i(z')| + |U_r(z')| = |U_i(z')|(1 + |\Gamma|) \\ |U|_{\min} = |U_i(z')| - |U_r(z')| = |U_i(z')|(1 - |\Gamma|) \end{cases} \quad (5-2-25)$$

由此可得到驻波比与反射系数的关系式为

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \text{ 或 } |\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} \quad (5-2-26)$$

显然反射系数大小的范围为： $0 \leq |\Gamma| \leq 1$ 。驻波比的范围为： $1 \leq \rho \leq \infty$ 。传输线上的合成波的分类可以用驻波系数来划分：

当 $\rho = 1$ 时,没有反射波,只有入射波,合成波即入射波,所以合成波为行波,此时 $|\Gamma| = 0$ 。

当 $\rho = \infty$ 时,反射波的振幅与入射波的振幅相等,这是全反射情况,所以合成波为纯驻波,此时 $|\Gamma| = 1$ 。

当 $1 < \rho < \infty$ 时,就属于部分反射情况,所以合成波为行驻波,此时 $0 < |\Gamma| < 1$ 。

(4) 输入阻抗

输入阻抗定义为:传输线上任一位置 z' 处向负载方向看去的输入阻抗 $Z_{in}(z')$ 为该处的电压 $U(z')$ 与电流 $I(z')$ 之比,各量的

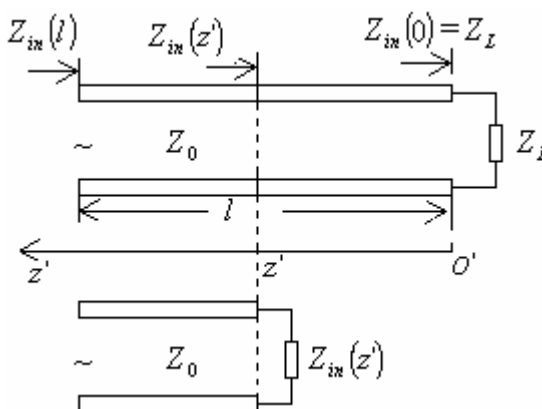


图 5-2-4 输入阻抗的意义

意义参见图 5-2-4。由式(5-2-23)可以得到输入阻抗的一个计算公式

$$Z_{in}(z') = \frac{U(z')}{I(z')} = \frac{U_i(z')}{I_i(z')} \cdot \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')} \quad (5-2-27)$$

取 $z' = 0$ 可得到负载阻抗与传输线特性阻抗之间的关系式

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma_2}{1 - \Gamma_2} \quad (5-2-28)$$

(5) 传输功率

传输线上的平均传输功率可以按平均坡印廷矢量的计算公式来类似求,即无耗传输线上离终端为 z' 处的传输功率为

$$P(z') = \frac{1}{2} \text{Re}[U(z')I^*(z')]$$

将式(5-2-23)代入上式,并考虑无耗传输线上的特性阻抗 Z_0 为实数,上式可简化为

$$P(z') = \frac{|U_i(z')|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma|^2) = P_i(z') - P_r(z') \quad (5-2-29)$$

可见无耗传输线上离终端为 z' 处的传输功率为该点处的入射波功率 $P_i(z')$ 与反射波功率

$P_r(z')$ 之差,再由式(5-2-25)及式(5-2-24),可得

$$P(z') = \frac{|U|_{\max}|U|_{\min}}{2Z_0} = \frac{|U|_{\max}^2}{2\rho Z_0} \quad (5-2-30)$$

即无耗传输线上任意一点的传输功率是相同的。设传输线的击穿电压为 U_{br} ,为使传输线不

发生击穿,必须有 $|U|_{\max} \leq |U_{br}|$,所以传输线允许传输的最大功率为

$$P_{br} = \frac{|U_{br}|^2}{2\rho Z_0} \quad (5-2-31)$$

例 5-2-1 求图 5-2-5 所示无耗传输线电路中 $z' = \frac{\lambda}{16}$ 及 $z' = \frac{3\lambda}{4}$ 处的反射系数和输入阻抗, λ 为线上信号的波长。

解 先求终端反射系数

$$\Gamma_2 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -\frac{1}{3}$$

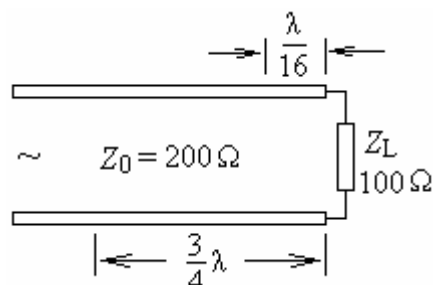


图 5-2-5 求反射系数和输入阻抗

然后利用式(5-2-22)和式(5-2-27)分别求反射系数和输入阻抗。

(1) 在 $z' = \frac{\lambda}{16}$ 处

$$\Gamma\left(\frac{\lambda}{16}\right) = \Gamma_2 e^{-2j\beta\frac{\lambda}{16}} = \Gamma_2 e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{16}} = \Gamma_2 e^{-j\frac{\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{6} + j\frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$Z_{in}\left(\frac{\lambda}{16}\right) = Z_0 \frac{1 + \Gamma\left(\frac{\lambda}{16}\right)}{1 - \Gamma\left(\frac{\lambda}{16}\right)} = 112.34 + j59.58 \quad (\Omega)$$

(2) 在 $z' = \frac{3\lambda}{4}$ 处

$$\Gamma\left(\frac{3\lambda}{4}\right) = \Gamma_2 e^{-2j\beta\frac{3\lambda}{4}} = \Gamma_2 e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{3\lambda}{4}} = \Gamma_2 e^{-j3\pi} = \frac{1}{3}$$

$$Z_{in}\left(\frac{3\lambda}{4}\right) = Z_0 \frac{1 + \Gamma\left(\frac{3\lambda}{4}\right)}{1 - \Gamma\left(\frac{3\lambda}{4}\right)} = 400 \quad (\Omega)$$

例 5-2-2 一无耗传输线终端接阻抗 Z_L 等于特性阻抗 Z_0 ,

如图 5-2-6 所示电路。已知 $U_B = 200e^{j\frac{\pi}{6}}$ (V), 求 U_A, U_C 。

解 负载阻抗等于特性阻抗时, 终端反射系数

$$\Gamma_2 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0$$

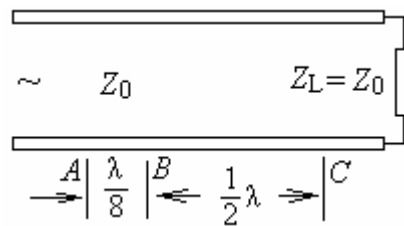


图 5-2-6 求传输线上 A、C 点的电压

所以 $|\Gamma_2| = 0$, 因而传输线上无反射波, 可得线上任意位置 z 处的电压为

$$U(z) = A_1 e^{-j\beta z}$$

由已知条件得

$$U_B = A_1 e^{-j\beta z_B} = 200e^{j\frac{\pi}{6}}$$

所以

$$\begin{aligned} U_A &= A_1 e^{-j\beta z_A} = A_1 e^{-j\beta(z_B - \frac{\lambda}{8})} = A_1 e^{-j\beta z_B} \cdot e^{j\beta\frac{\lambda}{8}} \\ &= 200e^{j\frac{\pi}{6}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{8}} = 200e^{j\frac{5\pi}{12}} \quad (\text{V}) \end{aligned}$$

$$U_C = A_1 e^{-j\beta z_C} = A_1 e^{-j\beta(z_B + \frac{\lambda}{2})} = 200e^{j\frac{\pi}{6}} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}} = -200e^{j\frac{\pi}{6}} \quad (\text{V})$$

[思考题]

- 1) 何为传输线的特性阻抗? 其与传输线的哪些参数有关, 对于无耗传输线其计算公式如何?
- 2) 试分别说出电报方程的通解式(5-2-4)中与 $e^{-\gamma z}$ 和 $e^{\gamma z}$ 有关的项的意义。
- 3) 何为传输线上的反射系数? 同一传输线上任意一点的反射系数的大小是否相等?

4) 何为驻波系数？驻波系数与反射系数的关系怎样？驻波系数与反射系数的取值范围如何？

5.3 均匀无耗传输线的等效

传输线电路是一个分布参数电路，计算较复杂。为简化分析和理解，本节将介绍如何将传输线电路等效为集中参数电路。根据电压、电流以及阻抗的分布规律将传输线的工作状态分成三种：无反射情况，全反射情况和部分反射情况。若按驻波系数的不同来分，依次为行波状态、纯驻波状态和行驻波状态。本节主要就是以这三种工作状态为出发点给出相应的无耗传输线等效电路。

5.3.1 行波工作状态

由驻波系数的计算式可知当 $Z_L = Z_0$ 时 $\Gamma = 0$ ，此时无反射，也称传输线电路处于匹配工作状态，由式(5-2-27)可得

$$Z_{in}(z') = Z_0$$

即传输线上任意一点的输入阻抗都等于传输线的特性阻抗，此时式(5-2-12)表示的电压、电流表达式简化为

$$\begin{cases} U(z') = U_{i0} e^{j\beta z'} \\ I(z') = \frac{U_{i0}}{Z_0} e^{j\beta z'} \end{cases}$$

因而电压、电流以行波向负载方向传播，如图 5-3-1 所示，入射波的能量被负载全部吸收，传输效率最高

5.3.2 纯驻波工作状态

当入射波被全反射时，合成波为纯驻波，全反射条件为： $|\Gamma| = 1$ 或 $\rho = \infty$ ，此时可从式(5-2-21)求得负载条件为： $Z_L = 0$ 、 ∞ 或 $\pm jX$ ，即依次为终端短路、终端开路或终端接纯电抗负载。

(1) 终端短路

如图 5-3-2(1)所示， $Z_L = 0$ ， $\Gamma_2 = -1$ ，显然终端电压 $U_2 = 0$ ，即终端反射波电压与入射波电压之和为零，取 $z' = 0$ ，则式(5-2-12)变为

$$U(0) = U_{i0} + U_{r0} = U_2 = 0$$

即

$$U_{r0} = -U_{i0}$$

所以无耗传输线上的电压、电流表达式为

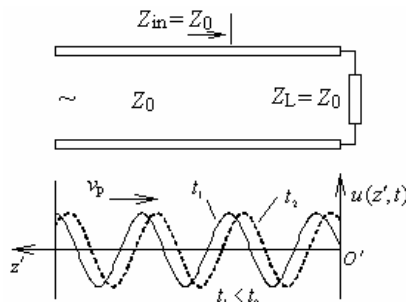


图 5-3-1 行波工作状态的阻抗、电压分布

$$\begin{cases} U(z') = j2U_{i0} \sin \beta z' \\ I(z') = 2 \frac{U_{i0}}{Z_0} \cos \beta z' \end{cases} \quad (5-3-1)$$

式中 Z_0 为实数， U_{i0} 可由终端或始端电压、电流求得，设 $U_{i0} = |U_{i0}| e^{j\varphi}$ ，则沿线电压、电流的瞬时值为

$$\begin{cases} u(z', t) = 2 |U_{i0}| \sin \beta z' \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \\ i(z', t) = 2 \frac{|U_{i0}|}{Z_0} \cos \beta z' \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (5-3-2)$$

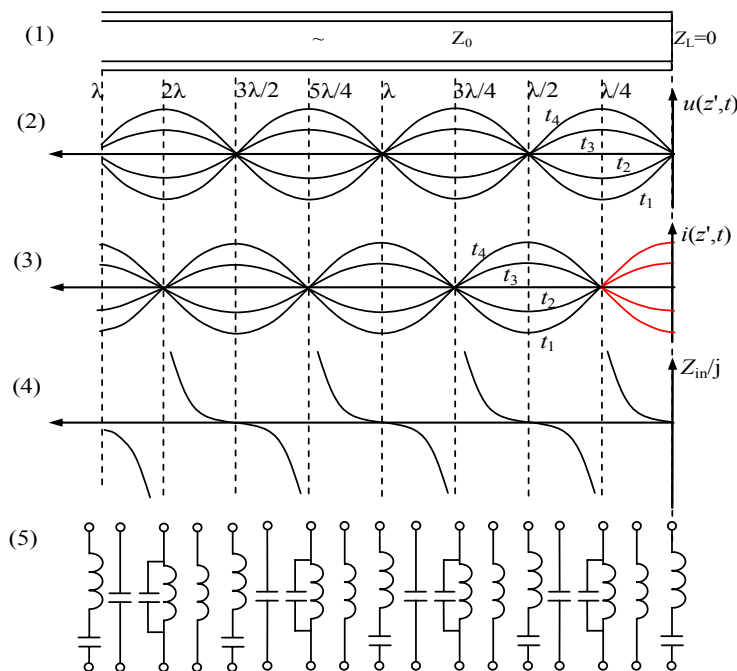


图 5-3-2 无耗短路线特性分析

由式 5-3-1 可得

$$Z_{in}(z') = jZ_0 \tan \beta z' \quad (5-3-3)$$

图 5-3-2(2)、(3)画出了电压、电流沿线分布特点及随时间变化的规律，图 5-3-2(4)画出了离终端任意点 z' 处的输入阻抗 $Z_{in}(z')$ 沿线分布规律。

根据以上分析及图 5-3-2 可得无耗传输线短路时的一些结论：

若 z' 一定，即在固定点处，则电压与电流随时间作正弦规律变化，在时间相位上电压比电流超前 $\pi/2$ 。若 t 一定，即在某一时刻，电压与电流在传输线上按正弦规律变化，在空间相位上电流比电压超前 $\pi/2$ 。所以无耗传输线上没有功率的传输。

在 z' 为 $\lambda/2$ 的整数倍处(包括 $z' = 0$ 的短路点)电压值总是为零，而电流的幅值总是最大，这些点称为电压驻波的波节点或电流驻波的波腹点。在 z' 为 $\lambda/4$ 的奇数倍处，电压的幅值总是最大，而电流值总是为零，这些点称为电压驻波的波腹点或电流驻波的波节点。

输入阻抗不论在何处都为纯电抗。在 z' 为 $\lambda/2$ 的整数倍(电压波节点)处，输入阻抗 $Z_{in} = 0$ ，

可等效为一个串联谐振电路，见图 5-3-2(5)；在 z' 为 $\lambda/4$ 的奇数倍(电压波腹点)处，输入阻抗 $Z_{in}=\infty$ ，可等效为一个并联谐振电路。在 $0 < z' < \lambda/4$ 范围内，输入阻抗 Z_{in} 为感性电抗，故可等效为一个电感；在 $\lambda/4 < z' < \lambda/2$ 范围内，输入阻抗 Z_{in} 为容性电抗，所以可等效为一个电容。输入阻抗在传输线上以 $\lambda/2$ 长度为周期重复变化，而且每隔 $\lambda/4$ 阻抗性质发生一次变化，即感抗变容抗或容抗变感抗。这样传输线上任意位置 z' 处开始到终端均可以用一个等效集中元件来代替，具体等效为哪一种形式可参见图 5-3-2(5)。

(2) 终端开路

终端开路时 $Z_L = \infty$ ， $\Gamma_2 = 1$ ，显然终端电流 $I_2 = 0$ ，即终端入射波电流与反射波电流之和为零。与短路时一样分析，可得终端开路时传输线上的电压、电流为

$$\begin{cases} U(z') = 2U_{i0} \cos \beta z' \\ I(z') = j2 \frac{U_{i0}}{Z_0} \sin \beta z' \end{cases} \quad (5-3-4)$$

从而有
$$Z_{in}(z') = -jZ_0 \cot \beta z' \quad (5-3-5)$$

同样可以画出传输线上的电压、电流的瞬时值分布以及任意位置处输入阻抗值分布图，结果不难发现画出的图形与图 5-3-2 有相似之处，只要将图 5-3-2 从 $\lambda/4$ 到终端部分去掉，剩下的部分就是我们要画的图，图 5-3-3 就是按这种方式画出的。

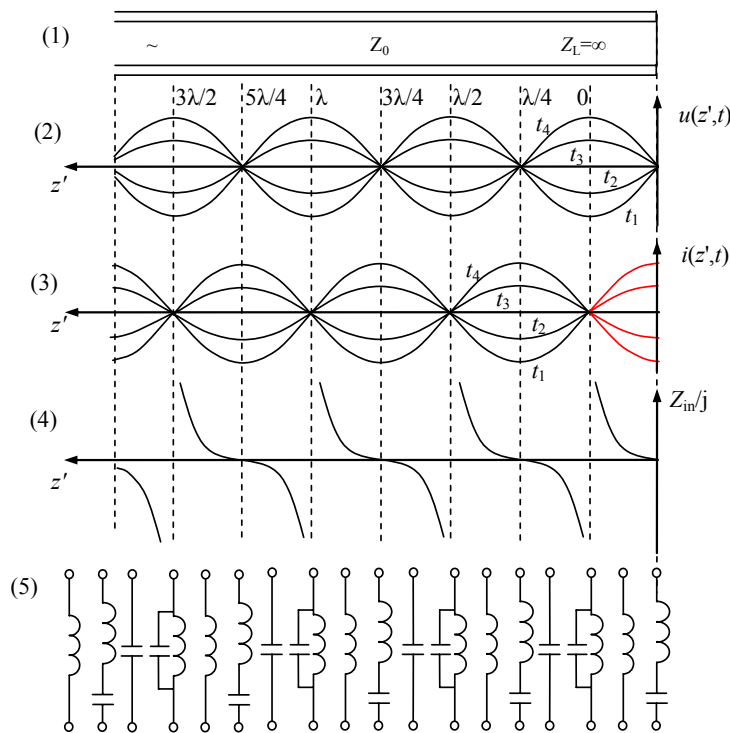


图 5-3-3 无耗开路线特性分析

这不是一种巧合，而是必然的，因为终端短路情况下，可将 $z' = \lambda/4$ 处到终端等效为一个并联谐振电路，对于并联谐振电路其阻抗为 ∞ ，也就是开路。对照终端短路情况发现，将终端开路情况也从终端开始去掉 $\lambda/4$ 传输线就可以用一条短路线来等效。

总之，一个终端短路的传输线电路，若连短路线一起去掉 $\lambda/4$ 传输线，则不影响剩下的传输线上的电压、电流甚至输入阻抗等的变化规律。若再去掉 $\lambda/4$ 长传输线，则应将剩余传

传输线的终端短路,才不影响剩余部分的变化规律。看了下面的例子后对此可能会理解得更加深入。

例 5-3-1 求图 5-3-4 所示各图无耗传输线电路在 OO' 处的反射系数和输入阻抗。

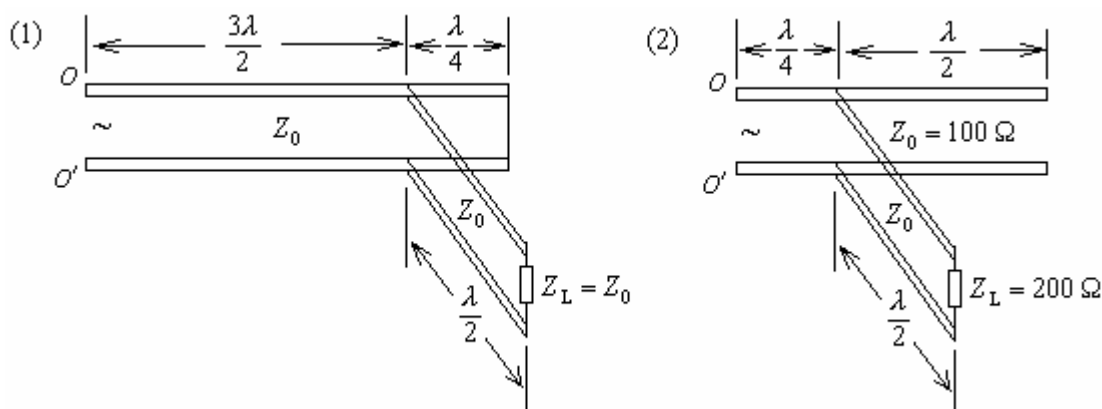


图 5-3-4 求反射系数和输入阻抗

解 对于并联电路直接用公式计算会很复杂,但对于本题,如果利用等效的方法变得很简单。

(1) 对于 $\lambda/4$ 传输线和短路线可等效为一个并联谐振回路,即开路,也就是说把它们去掉,对本题的求解毫无影响,等效电路如图 5-3-5 所示,由于 $3\lambda/2$ 长传输线与 $\lambda/2$ 长传输线特性阻抗相等,本题就变为一条长度为 2λ 的传输线,终端接 $Z_L = Z_0$ 的情况。更进一步分析可知,这是匹配工作状态,其反射系数和输入阻抗不论在何处均一样,分别为

$$\Gamma = 0, Z_{in} = Z_0$$

(2) 同理,本题的等效电路如图 5-3-6 所示,因为终端开路再加 $\lambda/2$ 传输线等效后还是开路。所以把那一段去掉不影响本题结果,从而有

$$\begin{aligned} \Gamma(OO') &= \Gamma_2 e^{-2j\beta z'} \\ &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2})} \\ &= \frac{1}{3} e^{-3j\pi} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$Z_{in}(OO') = Z_0 \frac{1 + \Gamma(OO')}{1 - \Gamma(OO')} = 50 \text{ } (\Omega)$$

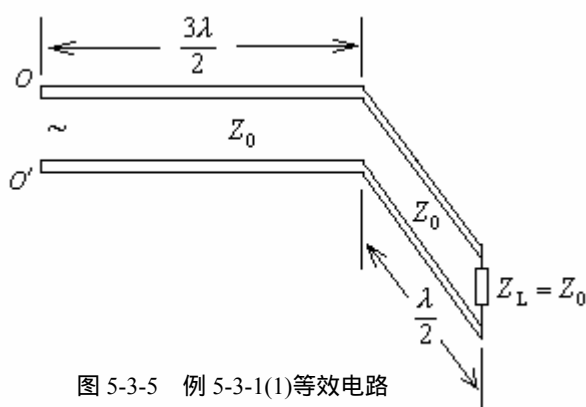


图 5-3-5 例 5-3-1(1)等效电路

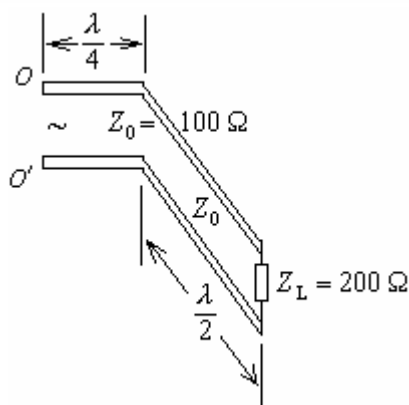


图 5-3-6 例 5-3-1(2)等效电路

(2) 终端接纯电抗负载

不论是终端短路还是终端开路在非 $\lambda/4$ 的整数倍处的输入阻抗就是纯电抗，所以讨论终端接纯电抗负载的沿线电压、电流及阻抗分布，可用终端短路(或终端开路)的沿线电压、电流及电抗分布，自终端起去掉小于 $\lambda/4$ 的某一长度来得到，这一长度可用公式(5-3-3)和(5-3-5)得到，也可用后面介绍的阻抗圆图得到。

5.3.3 行驻波工作状态

当均匀无耗传输线终端所接负载不是前述各种情况时，信号将发生部分反射：其一部分能量被负载吸收，另一部分能量被负载反射。在传输线上，当 $0 < |\Gamma| < 1$ 时，合成的电压、电流波形为行驻波。

有关行驻波工作状态在此不加详细讨论，这里只给出传输上电压或电流的最大值和最小值位置的求解公式及其阻抗特性。

定义 z' 处的归一化电压(或电流)为该处的电压(或电流)与该处入射波电压(或电流)之比，并分别用 $\tilde{U}(z')$ 和 $\tilde{I}(z')$ 来表示，利用式(5-2-23)可得

$$\begin{cases} \tilde{U}(z') = \frac{U(z')}{U_i(z')} = 1 + \Gamma(z') = 1 + |\Gamma_2| e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')} \\ \tilde{I}(z') = \frac{I(z')}{I_i(z')} = 1 - \Gamma(z') = 1 - |\Gamma_2| e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')} \end{cases} \quad (5-3-6)$$

从式(5-3-6)可知当满足 $\varphi_2 - 2\beta z' = 2k\pi$ ($k = 0, -1, -2, \dots$) 时电压达到最大值(电流达到最小值)，称作**电压波腹点(或电流波节点)**，取 $k = 0$ ，可以很方便地求得离开终端的第一个电压波腹点(或第一个电流波节点)在传输线上的位置为

$$z'_{\max 1} = \frac{\varphi_2}{2\beta} \quad (5-3-7)$$

此时归一化电压最大值和归一化电流最小值为

$$\begin{cases} \tilde{U}_{\max} = 1 + |\Gamma| \\ \tilde{I}_{\min} = 1 - |\Gamma| \end{cases} \quad (5-3-8)$$

所以电压波腹点(电流波节点)阻抗为纯电阻且最大，其归一化值为

$$\tilde{R}_{\max} = \frac{\tilde{U}_{\max}}{\tilde{I}_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \rho \quad (5-3-9)$$

即

$$R_{\max} = Z_0 \rho \quad (5-3-10)$$

同理，当 z' 满足 $\varphi_2 - 2\beta z' = 2k\pi - \pi$ ($k = 0, -1, -2, \dots$) 时为**电压波节点(或电流波腹点)**，求得离开终端的第一个电压波节点(或第一个电流波腹点)在传输线上的位置为

$$z'_{\min 1} = \frac{\varphi_2 + \pi}{2\beta} = \frac{\varphi_2}{2\beta} + \frac{\pi}{2 \cdot 2\pi/\lambda} = \frac{\varphi_2}{2\beta} + \frac{\lambda}{4} \quad (5-3-9)$$

此时归一化电压最小值和归一化电流最大值为

$$\begin{cases} \tilde{U}_{\min} = 1 - |\Gamma| \\ \tilde{I}_{\max} = 1 + |\Gamma| \end{cases} \quad (5-3-10)$$

阻抗为纯电阻且最小，其归一化值为

$$\tilde{R}_{\min} = \frac{\tilde{U}_{\min}}{\tilde{I}_{\max}} = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = \frac{1}{\rho} \quad (5-3-11)$$

即

$$R_{\min} = \frac{Z_0}{\rho} \quad (5-3-12)$$

例 5-3-2 均匀无耗长线终端接负载 $Z_L = 50 \Omega$ ，信号源频率为 $f = 1 \text{ GHz}$ ，已知终端电压反射系数 Γ_2 的相角 $\varphi_2 = 180^\circ$ ，电压驻波比 $\rho = 3$ 。求终端电压反射系数 Γ_2 ，传输线特性阻抗 Z_0 及距终端最近的一个电压波腹点到终端的距离 $l_{\max 1}$ 。

解 由式(5-2-26) $|\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$ ，得 $|\Gamma| = \frac{1}{2}$

所以终端反射系数为 $\Gamma_2 = |\Gamma_2| e^{j\varphi_2} = \frac{1}{2} e^{j180^\circ} = -\frac{1}{2}$

由式(5-2-28) $Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma_2}{1 - \Gamma_2}$ 得 $Z_0 = Z_L \frac{1 - \Gamma_2}{1 + \Gamma_2} = 150 \Omega$

由式(5-3-7)得 $l_{\max 1} = \frac{\varphi_2}{2\beta} = \frac{\varphi_2}{2 \times 2\pi f / c} = 75 \text{ mm}$

例 5-3-3 一个感抗为 jX_L 的集中电感可以用一段长度为 d 的终端短路的传输线等效。试证明其等效

关系为 $d = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)$ ，其中 Z_0 为传输线特性阻抗。

证明 由式(5-3-3)知终端短路传输线的输入阻抗为 $Z_{\text{in}}(z') = jZ_0 \tan \beta z'$ ，

按已知条件取 $z' = d$ ，得 $Z_{\text{in}}(d) = jX_L = jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot d\right)$ 。

从而求得 $d = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)$ 。

[思考题]

1) 均匀无耗传输线可分成几种工作状态，各种工作状态产生的条件如何，有什么特点？

- 2) 将如下所述传输线等效为相应的电路或阻抗： $\lambda/4$ 长度开路传输线； $\lambda/4$ 长度短路传输线； $\lambda/2$ 长度开路传输线； $\lambda/2$ 长度短路传输线； $3\lambda/4$ 长度短路传输线。
- 3) 何为电压波腹点？何为电压波节点？在第一个电压波腹点处和在第一个电压波节点处各有何特点？
- 4) 设第一个电压波腹点到终端负载的距离为 z'_{\max} ，第一个电压波节点到终端负载的距离为 z'_{\min} ，问：(1) 当 $z'_{\max}=\lambda/4$ 时，所接负载有何特点；(2) 当 $z'_{\max}<\lambda/4$ 时，所接负载有何特点；(3) 当 $z'_{\min}=\lambda/4$ 时，所接负载有何特点；(2) 当 $z'_{\min}<\lambda/4$ 时，所接负载有何特点。

5.4 圆图及其应用

在微波和天线工程中，圆图是一种用于解决阻抗匹配和阻抗计算问题的工具。本节介绍圆图的原理、构造及其应用。

5.4.1 等反射系数圆

将反射系数的计算公式进行如下变换

$$\Gamma(z') = |\Gamma_2| e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')} = |\Gamma_2| e^{j\varphi} = |\Gamma| e^{j\varphi} = \Gamma_a + j\Gamma_b \tag{5-4-1}$$

传输线上任一点处的反射系数大小是相等的，都为

$$|\Gamma| = \sqrt{\Gamma_a^2 + \Gamma_b^2} = |\Gamma_2| \tag{5-4-2}$$

其中 Γ_a ， Γ_b 为 $\Gamma(z')$ 的实部和虚部，在复平面上 $\Gamma(z')$ 是一个以原点为圆心， $|\Gamma|$ 为半径的

圆，如图 5-4-1 所示，这个圆被称为**等反射系数圆**。其中坐标原点是半径为零的圆，即匹配点， $\rho=1$ ；半径为 1 的圆称为单位圆，即**全反射时的等反射系数圆**， $\rho=\infty$ 。同一电路 $|\Gamma|$ 是相等的，不同的电路 $|\Gamma|$ 就有可能不相等，但其取值范围是一定的： $|\Gamma| \leq 1$ ，即所有的等反射系数圆都在单位圆内，将所有可能的圆统称为**等反射系数圆族**。

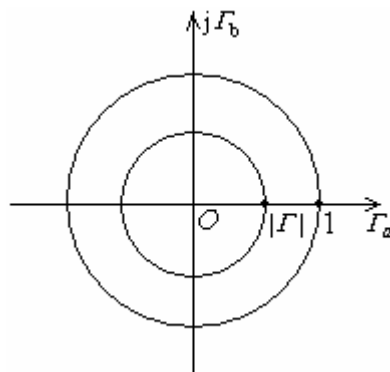


图 5-4-1 等反射系数圆

由于驻波系数 $\rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$ 与反射系数是一一对应的

关系，所以也称等反射系数圆族为**等驻波系数圆族**。

5.4.2 阻抗圆图

圆图的构成主要部分是等阻抗圆，这些圆画在 (Γ_a, Γ_b) 复平面上。为了能够使阻抗圆适用于任意特性阻抗的传输线问题，圆图上的阻抗均采用归一化阻抗。归一化阻抗与反射系数的关系为

$$\tilde{Z}(z') = \frac{Z(z')}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')} \tag{5-4-3}$$

将 $\Gamma(z') = \Gamma_a + j\Gamma_b$ 代入式(5-4-3)并将实部、虚部分开，可得

$$\tilde{Z}(z') = \tilde{R} + j\tilde{X} = \frac{1 - (\Gamma_a^2 + \Gamma_b^2)}{(1 - \Gamma_a)^2 + \Gamma_b^2} + j \frac{2\Gamma_b}{(1 - \Gamma_a)^2 + \Gamma_b^2}$$

其中 \tilde{R} 为归一化电阻， \tilde{X} 为归一化电抗，实部、虚部对应相等。分别整理化简可得

$$\left(\Gamma_a - \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}}\right)^2 + \Gamma_b^2 = \left(\frac{1}{1+\tilde{R}}\right)^2 \quad (5-4-4)$$

$$(\Gamma_a - 1)^2 + \left(\Gamma_b - \frac{1}{\tilde{X}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\tilde{X}}\right)^2 \quad (5-4-5)$$

上面两式是 (Γ_a, Γ_b) 复平面上分别以 \tilde{R} 和 \tilde{X} 为参数的圆方程。式(5-4-4)代表圆心在 $(\frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}}, 0)$ ，半径为 $\frac{1}{1+\tilde{R}}$ 的圆。随着位置 z' 的变化， \tilde{R} 也在变化，不同的 \tilde{R} 得到不同的圆，所以称式(5-4-4)是以 \tilde{R} 为参量的等电阻圆族方程。当 \tilde{R} 从零增加到无穷大时，电阻圆由单位圆缩小到 D 点，同时圆心从原点沿实轴正方向移到 D 点。表 5-4-1 列出了 $\tilde{R} = 0, 1/4, 1/2, 1, 2, 4, \infty$ 时的圆心坐标和半径，图 5-4-2 画出了相应的电阻圆。由图可见所有的圆都相切于 $(1, 0)$ 点，电阻为 \tilde{R} 和 $1/\tilde{R}$ 的圆与实轴的交点关于原点对称。

表 5-4-1 等电阻圆的电阻与圆心、半径的对应关系

\tilde{R}	0	1/4	1/2	1	2	4	∞
圆心	(0,0)	(1/5,0)	(1/3,0)	(1/2,0)	(2/3,0)	(4/5,0)	(1,0)
半径	1	4/5	2/3	1/2	1/3	1/5	0

式(5-4-5)代表的圆的圆心在 $(1, \frac{1}{\tilde{X}})$ ，半径为 $\frac{1}{|\tilde{X}|}$ 。随着位置 z' 的变化， \tilde{X} 也在变化，

不同的 \tilde{X} 得到不同的圆，所以称式(5-4-5)是以 \tilde{X} 为参量的等电抗圆族方程。表 5-4-2 列出了 $\tilde{X} = 0, \pm 1/2, \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm \infty$ 时的圆心坐标和半径，图 5-4-3 画出了相应的电抗圆，由图可见，所有电抗圆相切于 $(1,0)$ 点， \tilde{X} 为正值(即感性)的电抗圆在上半平面， \tilde{X} 为

表 5-4-2 等电抗圆的电抗与圆心、半径的对应关系

\tilde{X}	0	$\pm 1/2$	± 1	± 2	± 4	∞
圆心	$(1, \pm \infty)$	$(1, \pm 2)$	$(1, \pm 1)$	$(1, \pm 1/2)$	$(1, \pm 1/4)$	(1,0)
半径	∞	2	1	1/2	1/4	0

负值(即容性)的电抗圆均在下半平面， $\pm \tilde{X}$ 的圆关于实轴成镜像对称。由于 $|\Gamma| \leq 1$ ，所以只有在 $|\Gamma|=1$ 的单位圆内的部分才有意义，图 5-4-3 中圆外部分用虚线示出或不画。

将等电阻圆和等电抗圆画在一起就得如图 5-4-4 所示图形。

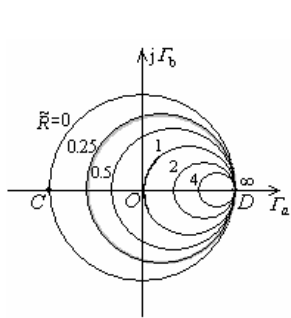


图 5-4-2 等电阻圆

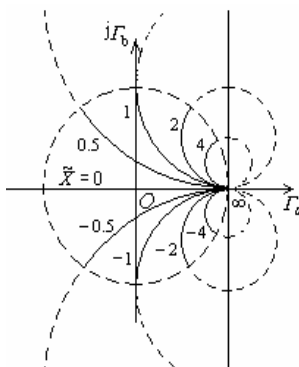


图 5-4-3 等电抗圆

附录 4 就是由式(5-4-4)和(5-4-5)这两个方程取不同的 \tilde{R} 和 \tilde{X} 做出的等电阻圆族和等电抗圆族,称为**阻抗圆图**,也叫**史密斯(Smith)圆图**。该圆图没有标出实轴和虚轴,单位圆外面标了一圈角度,实际上它是极坐标系上的圆,当然大家还是可以认为是直角坐标系上的圆。

\tilde{R} 和 \tilde{X} 取得越多即画的圆越多,在求解问题时的精度越高,但制作圆图的难度就越大。阻抗圆图是一种计算工具,专门有相关厂家设计制作。随着计算机的普及,用计算机编程序来计算相关问题,或用计算机画出阻抗圆图在计算机上求解相关问题,是一种趋向。

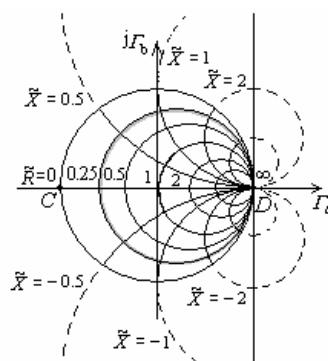


图 5-4-4 等阻抗圆

虽然阻抗圆图的主要组成部分是等电阻圆族和等电抗圆族及其它们的归一化数值,但是利用圆图求解时的核心圆是等反射系数圆,该圆在圆图上是**不画**的,只有当求解问题时,我们才去画出相应的圆,这一点读者务必搞清楚。

例 5-4-1 已知均匀无耗传输线特性阻抗 $Z_0=100\Omega$ 电压驻波比 $\rho=3$ 终端电压反射系数的相角 $\varphi_2=150^\circ$, 求离开终端的电长度 l/λ 为 0.3 处的输入阻抗。

分析 驻波系数 ρ 与归一化纯电阻的最大值 \tilde{R}_{\max} 是相等的,所以等反射系数圆与实轴正向的交点 \tilde{R}_{\max} 的数值就是驻波比的数值,由已知的驻波比 $\rho=3$ 可得 $\tilde{R}_{\max}=3$,然后在等电阻圆族中找到 $\tilde{R}=3$ 的圆,此圆与实轴正向交点就是等反射系数圆(或等驻波系数圆)上的一点。最后以圆图的中心为圆心,用圆轨作通过该交点的圆,即得等 Γ 圆(或等 ρ 圆)。有了等 Γ 圆后无耗传输线的问题就可以迎刃而解了。

题中电长度指的是距离与传输信号的波长的比值,即归一化长度 $\tilde{l} = l/\lambda$,同阻抗的归一化道理一样,使得圆图对有关距离的量具有通用性。在附录 4 圆图中电长度标示在最外面,利用电长度使得圆图能适用于任何波长的信号,本例题电长度为 0.3,即离终端距离为 0.3λ

解 参见图 5-4-5。

第一步:先画等 Γ 圆

在圆图上找到 $\tilde{R}=3$ 的圆与实轴正向的交点 B (通常称这样的点为**入图点**),以中心点 O (附图 4 中实轴上标有 $\tilde{R}=1$ 的点)为圆心,交点为圆上的点作等 Γ 圆。

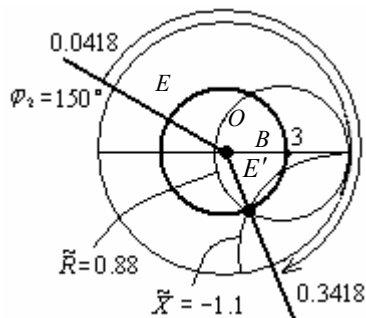


图 5-4-5 利用圆图求输入阻抗

第二步：找到终端反射系数在等 $|\Gamma|$ 圆上的对应位置

从圆图外圈的角度标尺上找到 150° 角的位置，并连接中心点得到一条射线。此射线与实轴正向夹角即为 150° 。此射线与等反射系数圆的交点 E 即为终端反射系数在等 $|\Gamma|$ 圆上的位置，对应的电长度标示值为 0.0418。

第三步：确定所求点在等 $|\Gamma|$ 圆上的位置

离开终端电长度为 0.3 的意思就是从终端向波源移动 0.3 的电长度，从而得到所求点。圆图上标有两个方向，找到传向波源方向即顺时针方向，将射线 OE 转过 0.3 的电长度到 OE' ， OE' 与等 $|\Gamma|$ 圆的交点 E' 即为所找的位置，对应的电长度为 $0.0418+0.3=0.3418$ 。

第四步：求所求点的归一化阻抗值

找到 E' 点落在哪一个电阻圆上，读出该圆的 \tilde{R} 值为 0.88，找到 E' 点落在哪一个电抗圆上，读出该圆的 \tilde{X} 值为 -1.1 (要注意，若在下半平面，应该是负值)，则所求归一化阻抗值为

$$\tilde{Z} = \tilde{R} + j\tilde{X} = 0.88 - j1.1$$

从而所求阻抗值为

$$Z = \tilde{Z} \cdot Z_0 = 88 - j110 \Omega$$

弄清楚上述例子的求解思路后，接下来我们来进一步认识一下阻抗圆图的特点，为方便记忆总结成三句话：

两组数据、两个方向；两个刻度圆盘、两个特殊半圆；两条特殊的线、三个特殊的点。

两组数据、两个方向

圆图上有两组数据：归一化电阻值和归一化电抗值；圆图上标有两个方向：传向波源方向和传向负载方向。

两个刻度圆盘、两个特殊半圆

圆图上有两个刻度圆盘分别标有角度和电长度，示已知条件的不同选择一种即可；圆图有两个特殊的半圆组成：上半圆内的电抗为感性， $\tilde{X} > 0$ ，直接读数即可；下半圆内的电抗为容抗， $\tilde{X} < 0$ ，读数后要用其负值。

两条特殊的线、三个特殊的点

圆图上有两条特殊的线：第一条是两半圆交线即实轴，其上的点为纯电阻 ($\tilde{X} = 0$) 的轨迹，它代表传输线在这些位置处于谐振状态，正实轴上的点对应传输线上的电压波腹点(或电流波节点)，即并联谐振，该点电阻读数为归一化电阻的最大值 \tilde{R}_{\max} ，此值就是电压驻波比 ρ ；负实轴上的点对应传输线上的电压波节点(或电流波腹点)，即串联谐振，该点电阻读数为归一化电阻最小值 \tilde{R}_{\min} ，此值就是电压驻波比的倒数 $1/\rho$ 。第二条是最外面的闭合线即单位圆，这是 $\tilde{R} = 0$ 的纯电抗轨迹，也是 $|\Gamma|=1$ 的全反射系数圆。

圆图实轴上有三个特殊的点：开路点，即实轴最右端点，直角坐标为(1,0)，此点满足 $\tilde{R} = \infty$ ， $\tilde{X} = \infty$ ， $\Gamma = 1$ ， $\rho = \infty$ ；短路点，即实轴最左端点，直角坐标为(-1,0)，此点满足 $\tilde{R} = 0$ ， $\tilde{X} = 0$ ， $\Gamma = -1$ ， $\rho = \infty$ ；匹配点，即中心点，直角坐标为(0,0)，此点满足 $\tilde{R} = 1$ ， $\tilde{X} = 0$ ， $\Gamma = 0$ ， $\rho = 1$ 。

利用圆图求解时要注意以下几点：

圆图上没有画等反射系数圆，使用它解决问题时，一定要先找出入图点从而把等 $|\Gamma|$ 圆画出，此圆上的点与传输线上的点就形成了对应关系。等反射系数圆的大小即 $|\Gamma|$ 的值也不能从圆图中读出，要经过计算才能得到，常用公式为 $|\Gamma| = \frac{\rho-1}{\rho+1}$ 。

$$|\Gamma| = \frac{\rho-1}{\rho+1}$$

电长度与角度之间的关系是 $\Delta\varphi = 4\pi \frac{\Delta l}{\lambda} = 4\pi \Delta \tilde{l}$ 。从阻抗圆图可以看到，一周即 2π 角度，电长度变化 $\Delta \tilde{l}$ 为 0.5，也就是距离变化为 $\lambda/2$ ，而不是 λ 。这可从反射系数公式得到，重写公式如下：

$$\Gamma(z') = |\Gamma_2| e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')}$$

可见距离变化 Δl 时相位变化为 $2\beta\Delta l = 2 \times \frac{2\pi\Delta l}{\lambda} = 4\pi \frac{\Delta l}{\lambda}$ ，此即转过的角度 $\Delta\varphi$ 。

利用圆图求解时一定要弄清楚是朝波源方向还是朝负载方向。

5.4.3 导纳圆图

当传输线并联连接时，利用导纳计算较为方便。归一化导纳可由归一化阻抗得到

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(z') &= \frac{1}{\tilde{Z}(z')} = \frac{1 - \Gamma(z')}{1 + \Gamma(z')} = \frac{1 - \Gamma_V(z')}{1 + \Gamma_V(z')} \\ &= \frac{1 + \Gamma_V(z') e^{-j\pi}}{1 - \Gamma_V(z') e^{-j\pi}} = \frac{1 + |\Gamma| e^{j(\varphi - \pi)}}{1 - |\Gamma| e^{j(\varphi - \pi)}} \\ &= \tilde{G} + j\tilde{B} \end{aligned} \tag{5-4-6}$$

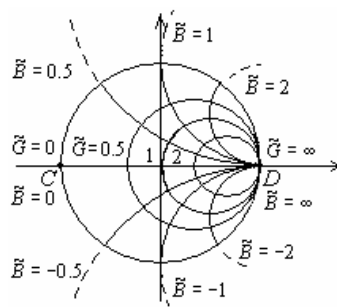


图 5-4-6 阻抗圆图中表示的导纳值

比较归一化阻抗公式

$$\tilde{Z}(z') = \frac{1 + \Gamma_V(z')}{1 - \Gamma_V(z')} = \frac{1 + |\Gamma| e^{j\varphi}}{1 - |\Gamma| e^{j\varphi}} = \tilde{R} + j\tilde{X}$$

可以发现在阻抗圆图上若已知传输线某处的归一化阻抗点，则该点沿等反射系数圆旋转 180° 后的对应点即为对应的归一化导纳点，所以我们不必另外制作导纳圆图，只要找出导纳圆图各量与阻抗圆图各量的对应关系即可，表 5-4-3 列出了它们的对应关系，可参考图 5-4-6 来帮助理解。虽然图可以一样，由于各参量意义不一样，解决实际问题时尽量用同一种圆图，以免弄错。

表 5-4-3 阻抗圆图与导纳圆图各参量之间的对应关系

阻抗圆图	导纳圆图
------	------

电阻圆, 参数 \tilde{R}	电导圆, 参数 \tilde{G}
电抗圆, 参数 \tilde{X}	电纳圆, 参数 \tilde{B}
等电压反射系数圆	等电流反射系数圆
开路点 D , $\tilde{R} = \infty$, $\tilde{X} = \infty$	短路点 D , $\tilde{G} = \infty$, $\tilde{B} = \infty$
短路点 C , $\tilde{R} = 0$, $\tilde{X} = 0$	开路点 C , $\tilde{G} = 0$, $\tilde{B} = 0$
匹配点 O , $\tilde{R} = 1$, $\tilde{X} = 0$	匹配点 O , $\tilde{G} = 1$, $\tilde{B} = 0$
电压波腹点, $\tilde{R} = \rho$	电压波节点, $\tilde{G} = \rho$
电压波节点, $\tilde{R} = 1/\rho$	电压波腹点, $\tilde{G} = 1/\rho$
纯电抗线, $\tilde{R} = 0$	纯电纳线, $\tilde{G} = 0$
上半圆, 感性, $\tilde{X} > 0$	上半圆, 容性, $\tilde{B} > 0$
下半圆, 容性, $\tilde{X} < 0$	下半圆, 感性, $\tilde{B} < 0$

5.4.4 圆图应用举例

利用圆图常用来解决以下各类问题：

根据负载 Z_L 求传输线上的驻波比 ρ 。

根据负载 Z_L 及线长求输入端输入导纳、输入阻抗及输入端的反射系数(或任意位置的输入导纳、输入阻抗及反射系数)。

根据驻波比及电压波腹(波节)点的位置确定负载阻抗。

根据传输线的特性阻抗 Z_0 和负载阻抗 Z_L 计算阻抗匹配问题。

阻抗与导纳的互算(即求它们的倒数)。

下面举一些例子来说明这些类型的计算方法：

例 5-4-2 已知无耗传输线的特性阻抗 $Z_0=300\Omega$, 负载阻抗 $Z_L=180+j240\Omega$, 求驻波系数 ρ 及离负载 $l=0.25\lambda$ 处的输入阻抗 Z_{in} 。

解 参见图 5-4-7。

第一步：求归一化负载阻抗，确定在圆图上的位置。

$$\tilde{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 0.6 + j0.8$$

在圆图上找到 $\tilde{R} = 0.6$, $\tilde{X} = 0.8$ 的两圆的交点 A , 读出对应的电长度(从中心 O 到 A 作射线并延长即可)为 0.125。

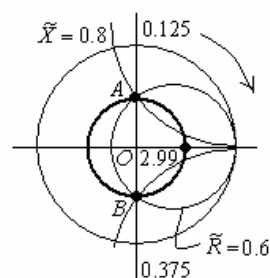
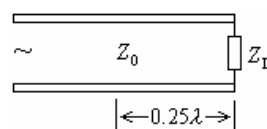


图 5-4-7 求驻波系数和输入阻抗

第二步：作等反射系数圆(或等驻波系数圆)，求驻波系数。

以 O 为圆心， A 为圆上一点作圆，该圆与正实轴交点的 \tilde{R} 值即为 $\rho = 2.99$ 。

第三步：找到所求点在圆图上的位置。

将 A 点沿等反射系数圆顺时针(传向波源方向)转过电长度 0.25 ，到 B 点(该点就是所求点的位置)，对应的电长度为 0.375 。

第四步：求输入阻抗 Z_{in} 。

读出 B 点的归一化电阻和归一化电抗值， $\tilde{R}_{in} = 0.6$ ， $\tilde{X}_{in} = -0.78$ ，所以所求输入阻抗为

$$Z_{in} = \tilde{Z}_{in} \cdot Z_0 = (0.6 - j0.78) \cdot 300 = 180 - j234 \Omega$$

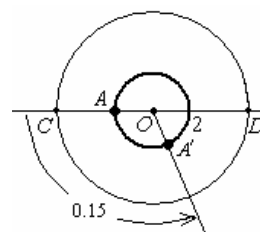
将结果与公式计算作比较

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_0 \cdot \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')} = Z_0 \cdot \frac{1 + \Gamma_2 e^{-2j\beta z'}}{1 - \Gamma_2 e^{-2j\beta z'}} \\ &= Z_0 \cdot \frac{1 + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4}}}{1 - \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4}}} = Z_0 \cdot \frac{1 - \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}}{1 + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}} \\ &= 180 - j240 \Omega \end{aligned}$$

可见利用阻抗圆图求解存在误差，但是求解简单，不存在复数运算。读者不妨将 l 换作 $l = 0.139\lambda$ 再进行一次计算，会发现圆图所体现出来的无限优势。

例 5-4-3 已知无耗传输线的特性阻抗 $Z_0 = 150 \Omega$ ，当传输线终端接负

载 Z_L 时，测得线上的驻波比为 $\rho = 2$ ，当传输线终端短路时，电压最小值点比接 Z_L 时往终端方向移动了 0.15λ 。求所接负载 Z_L 值。



解 终端短路时终端就是一个电压最小值点，所以由题意分析知，当终端接负载 Z_L 时，离开终端的第一个电压最小值点离终端为 0.15λ 。求解见图 5-4-8，过程如下：

第一步 画出 $\rho = 2$ 的等驻波系数圆。

第二步 找出电压最小值点对应位置 A 点。

第三步 将 A 点沿逆时针(即传向负载方向)转过电长度 0.15 到 A' 。

第四步 读出 A' 的归一化电阻和电抗值， $\tilde{R} = 0.98$ ， $\tilde{X} = -0.70$ ，所以所接负载为

$$Z_L = (0.98 - j0.70) \times 150 = 147 - j105 \Omega$$

例 5-4-4 求长度 $l = 0.2\lambda$ 的短路线的输入阻抗和输入导纳。

解 如图 5-4-9 所示，先找到短路点 C ，由 C 点沿单位圆顺时针

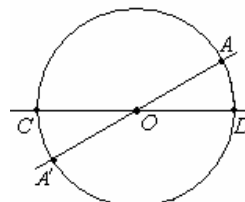


图 5-4-9 求输入阻抗和输入导纳值

针转过 0.2 电长度到 A 点, 读取 A 点的归一化电阻和电抗, $\tilde{R} = 0$, $\tilde{X} = 3.08$, 即得 0.2λ 短路线的归一化阻抗 $\tilde{Z} = j3.08$ 。若设传输线特性阻抗为 Z_0 , 则输入阻抗 $Z = \tilde{Z} \cdot Z_0 = j3.08Z_0$ 。

将 A 点沿等反射系数圆转过 180° 到 A' 点, 则 A' 点的读数就是归一化导纳值, 读得 $\tilde{Y} = -j0.326$ 。从而输入导纳为

$$Y = \frac{1}{Z_0} \tilde{Y} = -j \frac{0.326}{Z_0}$$

[思考题]

- 1) 对于同一段无耗传输线, 其上的每一点对应应在阻抗圆图上需要几个等反射系数圆。
- 2) 简述阻抗圆图的构成及其特点。
- 3) 分别在阻抗圆图上找出开路点, 短路点及匹配点。

5.5 有耗传输线

传输线上的损耗包括导体损耗、介质损耗和辐射损耗, 辐射损耗与前两种损耗相比可以忽略不计, 故一般可不予考虑。这一节讨论的有耗传输线指的是当 R_1 (导体损耗) 和 G_1 (介质损耗) 不等于 0 或不能忽略不计的传输线。

5.5.1 有耗传输线的特性参数

由前面介绍可知, 传输线方程即电报方程的解可写为如下形式

$$\begin{cases} U(z') = A_1 e^{\gamma z'} + A_2 e^{-\gamma z'} \\ I(z') = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{\gamma z'} - A_2 e^{-\gamma z'}) \end{cases} \quad (5-5-1)$$

所以从解来看, 有耗线和无耗线的不同主要体现在传播常数不一样, 有耗线的传播常数 $\gamma = \alpha + j\beta$ 是一个复数。为得出 α 与 β 的表达式, 将

$$\gamma = \sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} = \sqrt{(\hat{R} + j\omega\hat{L})(\hat{G} + j\omega\hat{C})}$$

进行化简, 首先将上式写成如下形式

$$\gamma = j\omega\sqrt{\hat{L}\hat{C}} \left(1 - j\frac{\hat{R}}{\omega\hat{L}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 - j\frac{\hat{G}}{\omega\hat{C}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

再考虑高频情况, 这时有 $\hat{R} \ll \omega\hat{L}$, $\hat{G} \ll \omega\hat{C}$, 利用泰勒展开, 略去高阶无穷小量得

$$\gamma \approx \frac{\hat{R}}{2} \sqrt{\frac{\hat{C}}{\hat{L}}} + \frac{\hat{G}}{2} \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} + j\omega\sqrt{\hat{L}\hat{C}} \quad (5-5-2)$$

所以得到衰减常数近似计算公式为

$$\alpha = \frac{\hat{R}}{2} \sqrt{\frac{\hat{C}}{\hat{L}}} + \frac{\hat{G}}{2} \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} = \alpha_c + \alpha_d \quad (5-5-3)$$

其中 α_c 代表导体损耗, α_d 代表介质损耗。

导体损耗中的 \hat{R} 可利用高频损耗电阻公式

$$\hat{R} = \frac{1}{\sigma S}$$

来计算, σ 是导体的电导率, S 为导体有效导电截面积, 这是考虑高频时导体的趋肤效应的结果, 所以其值要小于导体的实际截面积。

介质损耗主要是介质的高频损耗, 分布电导 \hat{G} 与介质材料的损耗角有关

$$\tan \delta_e = \frac{\hat{G}}{\omega \hat{C}}$$

所以

$$\alpha_d = \frac{1}{2} \omega \sqrt{\hat{L} \hat{C}} \tan \delta_e$$

相移常数计算公式为

$$\beta \approx \omega \sqrt{\hat{L} \hat{C}} \quad (5-5-4)$$

特性阻抗为

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{\hat{Z}}{\hat{Y}}} = \sqrt{\frac{\hat{R} + j\omega \hat{L}}{\hat{G} + j\omega \hat{C}}} \approx \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} \cdot \sqrt{\frac{1 - j\frac{\hat{R}}{\omega \hat{L}}}{1 - j\frac{\hat{G}}{\omega \hat{C}}}} \\ &\approx \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} \cdot [1 - j(\frac{\hat{R}}{2\omega \hat{L}} - \frac{\hat{G}}{2\omega \hat{C}})] \approx \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} \end{aligned} \quad (5-5-5)$$

所以, 在近似计算中一般用与无耗线一样的公式来计算相移常数和特性阻抗。衰减常数用式(5-5-2)来求, 不能忽略。

将传播常数 $\gamma = \alpha + j\beta$ 代入式(5-5-1)中得

$$\begin{cases} U(z') = A_1 e^{\alpha z'} e^{j\beta z'} + A_2 e^{-\alpha z'} e^{-j\beta z'} \\ I(z') = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{\alpha z'} e^{j\beta z'} - A_2 e^{-\alpha z'} e^{-j\beta z'}) \end{cases} \quad (5-5-6)$$

可见, 由于有耗线传播常数中的实部 α 不为零, 所以入射波和反射波的振幅均要沿各自的传播方向按指数规律衰减。此时, 反射系数的计算式只要在原公式中增加衰减项即可, 即

$$\Gamma(z') = |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'} e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')} \quad (5-5-7)$$

由于损耗, 反射系数的幅值离开终端越远越小, 并按 $|\Gamma_2| e^{-2\alpha z'}$ 规律变化, 但相位仍与无耗

线时一样，随着距离的增加而按 $-2\beta z'$ 不断滞后。

电压驻波系数为

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'}}{1 - |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'}} \quad (5-5-8)$$

从式(5-5-7)与式(5-5-8)可见反射系数和驻波系数均与位置有关。

归一化输入阻抗为

$$\tilde{Z}(z') = \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')} = \frac{1 + |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'} e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')}}{1 - |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'} e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')}} \quad (5-5-9)$$

式(5-5-9)第一个等式在形式上与无耗线时完全相同，因此无耗线时得出的圆图仍可用在有耗线上。无耗线的反射系数大小 $|\Gamma(z')| = |\Gamma_2|$ 与位置无关，沿线移动时，圆图上对应点沿等反射系数圆移动，但有耗线反射系数的大小 $|\Gamma(z')| = |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'}$ 要随位置而变，故沿有耗线移动时，在圆图上将沿 $|\Gamma(z')|$ 值逐渐减小的螺旋线的轨迹移动，随着 z' 的增加，这一螺旋线将逐渐趋近于圆图的中心。只要有耗线上的位置确定，则圆图上的终点坐标也就确定，因而可求得输入阻抗。

例 5-5-1 已知有耗传输线的特性阻抗 $Z_0 = 200 \Omega$ ，负载接 $Z_L = 400 + j640 \Omega$ ，传输线长度为 $l = 0.65\lambda$ ，衰减量 $\alpha \cdot l = 0.12 \text{ Np}$ ，求输入阻抗 Z_{in} 。

解 归一化负载阻抗 $\tilde{Z}_L = 2 + j3.2$ ，在圆图上找到对应点 A ，相应的电长度为 0.214，过 A 点作等 $|\Gamma_2|$ 圆(虚线圆所示)，与正实轴交点为 B ，其读数为终端驻波系数 $\rho_2 = 7.6$ ，则

$$|\Gamma_2| = \frac{\rho_2 - 1}{\rho_2 + 1} \approx 0.77, \text{ 如图 5-5-1 所示。}$$

将 OA 射线顺时针转过 0.65 电长度到 OE ，由于每转过一圈电长度变化为 0.5，所以其电长度标示值为 $(0.65 + 0.214) - 0.5 = 0.364$ 。

$$\text{经 } e^{-2\alpha l} \text{ 衰减后，反射系数大小变为 } |\Gamma(l)| = |\Gamma_2| e^{-2\alpha l} = 0.77 \times e^{-2 \times 0.12} \approx 0.6056$$

在 OE 上找出 $|\Gamma| = 0.6056$ 的点 A' (方法是先求 $\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 4.07$ 在正实轴上找到读数为 4.07

的 B' 点，以此作等驻波系数圆(虚线圆所示)，此圆与 OE 交点就是 A' 点)，读得归一化输入阻抗为

$$\tilde{Z}_{in} = 0.53 - j1.01$$

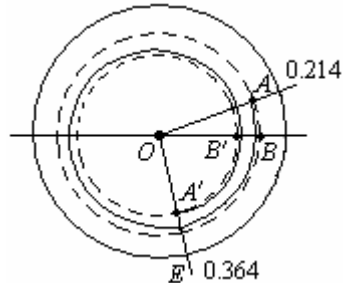


图 5-5-1 利用圆图求有耗线的输入阻抗

所以输入阻抗为 $Z_{in} = \tilde{Z}_{in} \cdot Z_0 = (0.53 - j1.01) \cdot 200 = 106 - j202 \Omega$

图中从 A 点到 A' 点的螺旋实线表示了反射系数(或驻波系数)大小的变化情况,在负载端的驻波比为 7.6,在输入端的驻波比为 4.07,从而说明驻波系数不是常数。

5.5.2 有耗传输线上的电压、电流和阻抗的分布

与无耗线一样,有耗线上电压和电流都是入射波和反射波的叠加,但由于衰减常数不等于零,即有损耗,使得传输线上电压和电流的驻波最大值和最小值是位置的函数,驻波各个最大值不相等,最小值也不再相等,所以电压和电流分布也有别于无耗线,如图 5-5-2(1)所示。从图可见,在靠近信号源端波形的起伏较小。从图 5-5-2(2)可见阻抗的波动也一样,在离开终端越远处波动越小,围绕传输线的特性阻抗 Z_0 作微小变化。有耗线的这种特性,在损耗大时更明显,因此可以利用足够长的有耗线来做匹配负载,此时这段长有耗线的输入阻抗接近于传输线的特性阻抗。

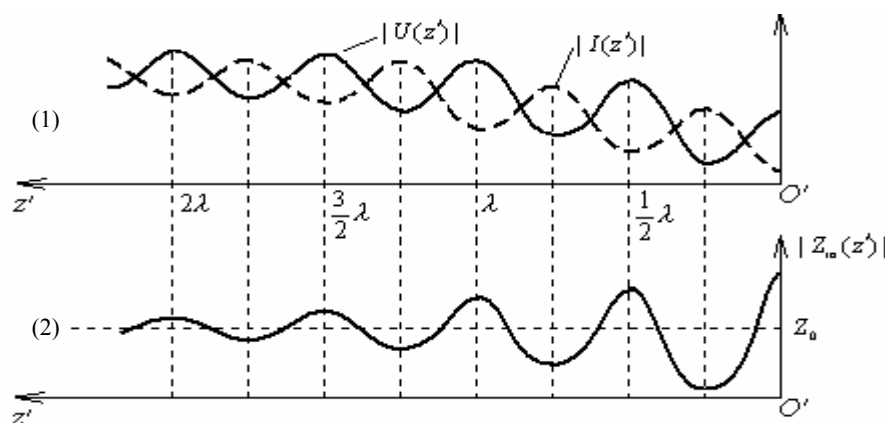


图 5-5-2 有耗线上的电压、电流、输入阻抗分布图

5.5.3 有耗线上传输效率的计算

将电报方程的解写成如下形式：

$$\begin{aligned} U(z') &= U_{i0} e^{\gamma z'} + U_{r0} e^{-\gamma z'} = U_{i0} e^{\alpha z'} e^{j\beta z'} + U_{r0} e^{-\alpha z'} e^{-j\beta z'} \\ &= U_{i0} e^{\alpha z'} e^{j\beta z'} (1 + \Gamma_2 e^{-2\alpha z'} e^{-2j\beta z'}) = U_{i0} e^{\alpha z'} e^{j\beta z'} [1 + \Gamma(z')] \end{aligned} \quad (5-5-10)$$

$$I(z') = \frac{1}{Z_0} U_{i0} e^{\alpha z'} e^{j\beta z'} [1 - \Gamma(z')] \quad (5-5-11)$$

与式(5-2-29)的计算方法一样可以求得传输功率为

$$\begin{aligned} P(z') &= \frac{1}{2} \text{Re}[U(z')I^*(z')] = \frac{1}{2Z_0} |U_{i0}|^2 e^{2\alpha z'} [1 - |\Gamma(z')|^2] \\ &= \frac{1}{2Z_0} |U_{i0}|^2 e^{2\alpha z'} [1 - |\Gamma_2|^2 e^{-4\alpha z'}] \end{aligned} \quad (5-5-12)$$

若传输线长为 l , 则输入端的输入功率为

$$P_{in} = P(l) = \frac{1}{2Z_0} |U_{i0}|^2 e^{2\alpha l} [1 - |\Gamma_2|^2 e^{-4\alpha l}] \quad (5-5-13)$$

取 $z' = 0$ ，可得负载吸收功率为

$$P_L = P(0) = \frac{1}{2Z_0} |U_{i0}|^2 [1 - |\Gamma_2|^2] \quad (5-5-14)$$

定义传输效率为负载吸收功率 P_L 与传输线输入端的输入功率 P_{in} 之比，用 ζ_c 表示，从而可得有耗传输线的传输效率为

$$\zeta_c = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{1 - |\Gamma_2|^2}{e^{2\alpha l} [1 - |\Gamma_2|^2 e^{-4\alpha l}]} \quad (5-5-15)$$

从式(5-5-15)可见， $|\Gamma_2|$ 越大， ζ_c 越小，当 $Z_L = Z_0$ ，即负载与传输线特性阻抗匹配时，有

$|\Gamma_2| = 0$ ，此时 $\zeta_c = e^{-2\alpha l}$

可见，传输线的衰减常数越大，线越长，传输效率就越低。

[思考题]

- 1) 传输线上的损耗包括哪几种？
- 2) 有耗传输线与无传输线的驻波系数有什么不同？
- 3) 为什么由均匀无耗传输线特点设计的阻抗圆图还能用来求解有耗传输线问题？

5.6 双导线与同轴线

传输线是导行电磁波系统的通称，其最一般形式就是平行双导线系统，在低频时用得较多，但在高频时，双导线的辐射损耗增大，传输效果明显变差，因此真正用于微波段的传输线多为封闭系统。

5.6.1 平行双导线

平行双导线的结构见图 5-6-1 所示，其中 $D \gg a$ ，每根导线都由金属良导体组成，可以根据电磁场理论求出单位长度的分布参数为

$$\hat{L} = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{D-a}{a} \approx \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{D}{a} \quad (\text{H/m})$$

$$\hat{C} = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{D-a}{a}} \approx \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{a}} \quad (\text{F/m})$$

$$\hat{R} = \frac{R_s}{\pi a} = \frac{1}{\pi a} \sqrt{\frac{\pi f \mu_1}{\sigma_1}} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{f \mu_1}{\pi \sigma_1}} \quad (\Omega/\text{m})$$

$$\hat{G} = \frac{\pi\sigma}{\ln \frac{D-a}{a}} \approx \frac{\pi\sigma}{\ln \frac{D}{a}} \quad (\text{S/m})$$

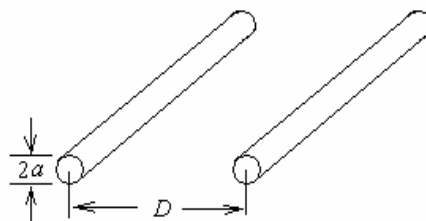


图 5-6-1 平行双导线

其中 μ 、 ε 、 σ 为导体外空间介质的磁导率、介电常数和电导率，对非磁性介质 μ 可取 μ_0 ，

$R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu_1}{\sigma_1}}$ 为导体的表面电阻， μ_1 和 σ_1 分别是导体的磁导率和电导率。

平行无耗双导线的特性阻抗为

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{D-a}{a} \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{D}{a} \quad (5-6-1)$$

式(5-6-1)对有耗线也可近似使用。

当导线外介质为空气时， $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \Omega$ ，所以 $Z_0 \approx 120 \ln \frac{D}{a}$ (Ω)，一般情况下波

阻抗 Z_0 在 250~700 Ω 之间。

平行双导线之间的介质一般为空气或局部优良绝缘支撑物，其传播常数 $\gamma = \alpha + j\beta$ 中的衰减常数 α ，可只计导体损耗而不计介质损耗(即取 $\hat{G} = 0$)，则

$$\alpha \approx \alpha_c = \frac{\hat{R}}{2} \sqrt{\frac{\hat{C}}{\hat{L}}} = \frac{\hat{R}}{2Z_0} \quad (5-6-2)$$

相移常数 $\beta = \omega \sqrt{\hat{L}\hat{C}}$

导行波的相速度

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\hat{L}\hat{C}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (5-6-3)$$

若线外为空气，则 $v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c = 3 \times 10^8$ m/s。设 λ_0 是频率为 f 的导行电磁波在自

由空间中的波长，双导线中的相波长为 $\lambda_p = \frac{v_p}{f} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}$

平行双导线主要用于中波及短波无线电中作发射机与天线间的馈线及有线长途载波通信的传输线，随着科技的进步目前有相当一部分已用光纤来代替平行双导线。

5.6.2 同轴线

图 5-6-2 所示为同轴线的结构示意图，它由内外双导体组成，外导体为圆筒，起到屏蔽周围电磁场的作用，由电磁场理论可以计算出同轴线分布参量为

$$\hat{L} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (\text{H/m})$$

$$\hat{C} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{b}{a}} \quad (\text{F/m})$$

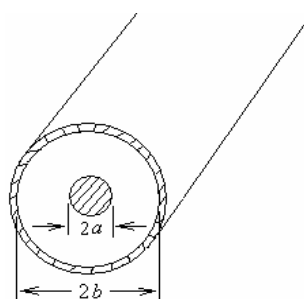


图 5-6-2 同轴线

$$\hat{R} = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (\Omega/\text{m})$$

$$\hat{G} = \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{b}{a}} \quad (\text{S/m})$$

对于无耗同轴线其特性阻抗为

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} = 60 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \quad (5-6-4)$$

有耗同轴线的特性阻抗也可用上式近似计算，常用的同轴线特性阻抗为 50Ω 和 75Ω 两种。与平行双导线一样，忽略介质损耗，取 $\hat{G} = 0$ ，只计其导体损耗，则衰减常数为

$$\alpha \approx \frac{\hat{R}}{2Z_0}。$$

相移常数 $\beta = \omega \sqrt{\hat{L}\hat{C}}$ 。不计损耗时的同轴线上的导行波的相速度

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\hat{L}\hat{C}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}。$$

设 λ_0 是频率为 f 的导行电磁波在自由空间中的波长，无耗同轴线中的相波长为

$$\lambda_p = \frac{v_p}{f} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}。$$

同轴线是一种宽频带的传输线，其频率范围可从直流一直到 100 GHz ，因此广泛应用于通信设备、测量系统、计算机网络及微波元件之中。

5.6.3 同轴线中不连续性的等效电路

1) 同轴线阶梯

图 5-6-3(a) 示出同轴线的内导体半径发生突变所形成的阶梯。这种阶梯不连续性，会使主模(TEM 模)电磁场分布发生畸变，激起高次模。这些高次模是截止的，只在不连续性附近存在，稍远即衰减为 0。由于 TEM 模只有径向电场，而不连续性又只在径向上，在阶梯处电力线弯曲，形成 z 方向的电场分量，故高次模应是 TM 模。这些高次模的电场储能大于磁场储能，故可用一个集中元件并联电容来表示，如图 5-6-3 (b) 所示。

2) 同轴线开路端电容

图 5-6-4(a) 示出一个同轴线开路端，在开路端上由于边缘电荷的集中，产生了边缘电场，它可等效为一个集中元件电容，如图 5-6-4 (b) 所示，显然 T-T 处不是真正的开路端。对于开路端等效电容 C_d ，我们可以把它用一小段同轴线来等效，如图 5-6-4(c) 所示。其等效长度 Δl

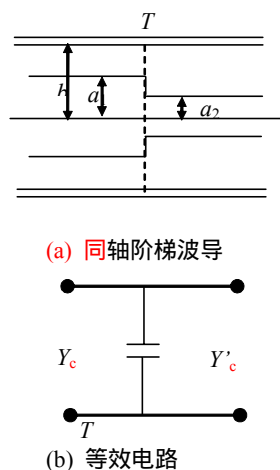


图 5-6-3 同轴阶梯波导等效电路

与电容 C_d 的关系为 $\Delta l = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \frac{\omega C_d}{Y_c} = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \omega Z_c C_d$ 。

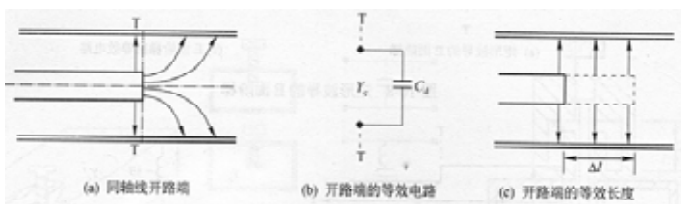


图 5-6-4 同轴线开路端及其等效电路、等效长度

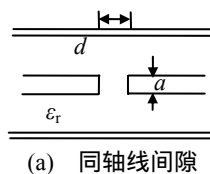
应当注意，应选择同轴线外导体的内直径，使得无芯线的右端圆波导中的主模截止，否则会影响开路性能。

3) 同轴线的电容间隙

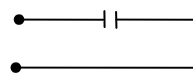
为了在同轴线上获得串联电容，可以把同轴线的内导体断开，如图 5-6-5 所示。这种串联电容可以作为耦合电容，也可以作为隔直流电容。产生所需电容的间隙宽度，可用理论或实验方法确定。

[思考题]

试用电磁场理论分别推导出平行双导线和同轴线的分布电感及分布电容。



(a) 同轴线间隙



(b) 等效电路

图 5-6-5 同轴线间隙及其等效电路

5.7 微带传输线

随着空间技术的发展，设备的体积和重量已成为主要矛盾，双导体传输线已不能适应新的需要。在 20 世纪 50 年代，受晶体管印刷电路制作技术的影响，研究出了半开放式结构的传输线，如带状线、耦合带状线及微带线等。

微带线的结构如图 5-7-1 所示，厚度为 h 的介质基片上是一宽度为 w 、厚度为 t 的中心导带，下面为接地板，介质基片一般采用高介电常数(ϵ_r 取值在 2~20 之间)，高频损耗小的陶瓷、石英、蓝宝石及高分子材料等。

微带线的制作工艺有两种，一种与制作印刷电路很相似，先照相制版，光刻腐蚀，然后把微带坯板做成电路；另一种是采用真空镀膜技术，将基片进行研磨、抛光和清洗，然后放在真空镀膜机中形成一层铬-金层，再利用光刻技术制作所需要的电路，最后采用电镀的办法加厚金属层的厚度，并装接上所需要的有源器件和其它元件，形成微带电路。所以制作微带线时必须与电路一起制作，不能像双导线和同轴线那样按规格型号制作。

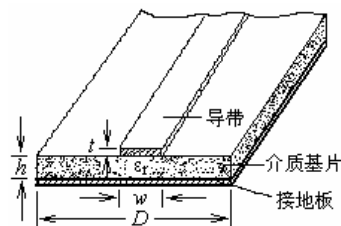


图 5-7-1 微带线结构

5.7.1 微带线中的主模

如图 5-7-2 为微带线的导波场结构示意图，它是双导体系统，当周围是均匀的空气介质时，可以存在无色散的 TEM 模。但实际上存在空气和介质的分界面，由于在两种不同介质的传输系统中，不可能存在单纯的 TEM 模，所以只能存在 TE 模和 TM 模的混合模。在微波的低频段由于场的色散现象很弱，通常微带线的传输模式类似于 TEM 模，故将微带线上传输的模式称为准 TEM 模。

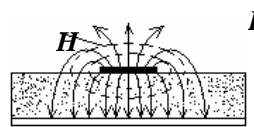


图 5-7-2 微带线场结构

5.7.2 微带线的特性阻抗、相速与波长

可以利用“准静态分析法”来分析微带线，其方法就是将 TEM 模传输线的特性阻抗、相速与相波长的计算公式套用到微带线上，再根据微带线的特点找出公式中各参量的计算方法。

参照双导线与同轴线的结果，即 TEM 波的特性阻抗、相速度及相波长的计算式假定微带线也有如下形式的计算式

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} = \frac{1}{\hat{C}} \sqrt{L_1 \hat{C}} = \frac{1}{v_p C_1}$$

$$\lambda_p = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \approx \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\hat{L} \hat{C}}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

对非磁性介质 $\mu_r \approx 1$ ， λ_0 为自由空间中的波长， c 为光速。若能求得相速度 v_p 和分布电容 \hat{C} ，则特性阻抗可求，要求 v_p 和 λ_p 必须求得介质的相对介电常数 ϵ_r ，接下来用等效介质来

计算 ϵ_r 。如图 5-7-3 所示， a 、 b 、 c 、 d 示出了等效思路的顺序， a 图的微带线基片位置是空气，即它是全部填充空气介质的双导体传输线，相应的相速度、相波长及特性阻抗分别为 c 、

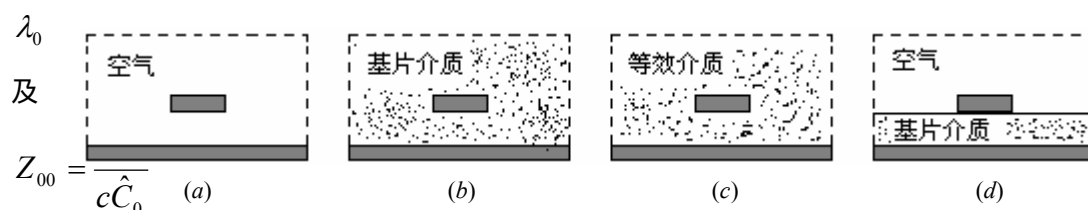


图 5-7-3 微带线的等效

，其

中 \hat{C}_0 为在空气中的分布电容； b 图的微带线外的介质与基片介质一样，即它是全部填充相

对介电常数为 ϵ_r 的双导体传输线，相应的相速度、相波长及特性阻抗分别为 $v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$ 、

$\lambda_p = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$ 及 $Z_0 = \frac{1}{v_p \hat{C}_0 \epsilon_r} = \frac{1}{c \hat{C}_0 \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{Z_{00}}{\sqrt{\epsilon_r}}$ ，其中 $\epsilon_r \hat{C}_0$ 为相应的分布电容； c 图是微带

线周围介质全部为相对介电常数是 ϵ_{re} 的双导体传输线，各特性参量公式同上，即

$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$ ， $\lambda_p = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$ ， $Z_0 = \frac{Z_{00}}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$ ，其中 ϵ_{re} 的取值范围是 $1 < \epsilon_{re} < \epsilon_r$ ，从而使其在保

持尺寸不变情况下，特性阻抗与实际微带线(d 图)相同。所以微带线特性参量的计算归结为求空气微带线特性阻抗 Z_{00} 和相等效对介电常数 ϵ_{re} 。

应用保角变换方法可得

$$\epsilon_{re} = 1 + q(\epsilon_r - 1) \tag{5-7-1}$$

式中 q 为填充因子，表示介质填充的程度。当 $q = 0$ 时， $\epsilon_{re} = 1$ ，表示周围介质为空气，当 $q = 1$ 时， $\epsilon_{re} = \epsilon_r$ ，表示周围介质全部与基片介质一样。 q 的取值范围为 $0 < q < 1$ ，其计算公式为

$$q = \frac{1}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{10h}{w} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \tag{5-7-2}$$

在工程应用中，通常由关系曲线或数据表格来查特性阻抗 Z_0 与微带线尺寸 $\frac{w}{h}$ 之间的关系。如图 5-7-4 为空气微带特性阻抗 Z_{00} 及填充因子 q 与微带线的形状比 $\frac{w}{h}$ 的关系曲线。其它形式的图表可以在微波工程手册中查得。

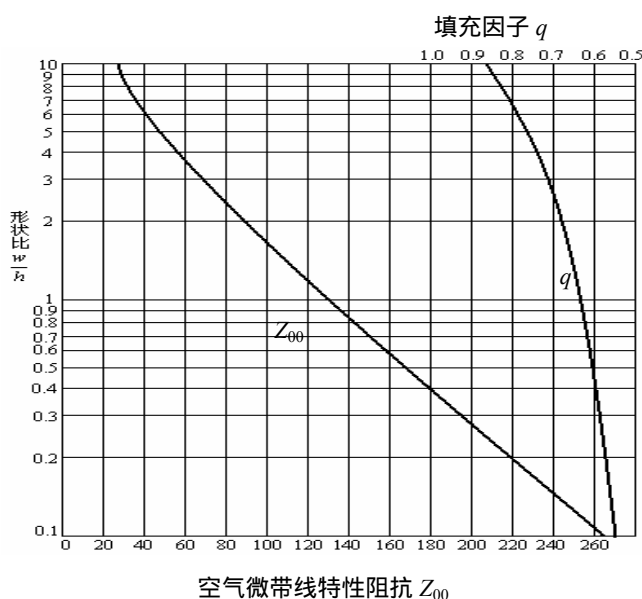


图 5-7-4 计算微带线的关系曲线

例 5-7-1 要求微带线特性阻抗 $Z_0 = 75 \Omega$ ，介质基片 $\epsilon_r = 9$ ，基片厚度 $h = 1 \text{ mm}$ ，求此微带线的中心导带宽度 w 。

解 利用图 5-7-4 曲线求解时，常用逐次逼近法，本例用此法来求解。

首先以 ϵ_r 代替 ϵ_{re} 计算出 $Z_{00} = Z_0 \sqrt{\epsilon_{re}} \approx Z_0 \sqrt{\epsilon_r} = 225 \Omega$ ，在图中曲线上横坐标 Z_{00} 为 225Ω 处垂直向上作直线与 Z_{00} 特性曲线相交，由此交点向右作横轴平行线与 q 特性曲线相交得交点 $q_1 = 0.578$ 。

由 q_1 计算等效相对介电常数为 $\epsilon_{rel} = 1 + q_1(\epsilon_r - 1) = 5.624$ ，利用 ϵ_{rel} 计算得

$Z_{00} = Z_0 \sqrt{\epsilon_{re1}} = 177.86 \Omega$, 重复上述求 q_1 的过程得交点 $q_2 = 0.60$ 。

由 q_2 求等效相对介电常数为 $\epsilon_{re2} = 1 + q_2(\epsilon_r - 1) = 5.8$, 利用 ϵ_{re2} 计算得

$Z_{00} = Z_0 \sqrt{\epsilon_{re2}} = 180.62 \Omega$, 与前述方法一样求得交点 $q_3 = 0.59$ 。

由 q_3 求等效相对介电常数为 $\epsilon_{re3} = 1 + q_3(\epsilon_r - 1) = 5.72$, 由于 ϵ_{re3} 与 ϵ_{re2} 之间的相对差值

$$\frac{\epsilon_{re2} - \epsilon_{re3}}{\epsilon_{re3}} = 0.014 = 1.4\% \text{ 已经较小, 在这样的精度下有 } \epsilon_{re} = 5.72, q = 0.59$$

查曲线得 $\frac{w}{h} = 0.39$, 所以 $h = 0.39 \text{ mm}$ 。

如果精度要求更高, 可继续重复求解, 直至精度要求为止。

5.7.3 微带线的色散特性

实际的微带线的传输模式不是 TEM 模, 而是混合模。特别是传输信号频率较高时, 微带线中的电磁波速度是频率的函数, 特性阻抗 Z_0 和等效相对介电常数 ϵ_{re} 也要随频率而变化, 频率愈高, 相速愈小, 等效介电常数愈大, 特性阻抗愈小, 因此微带线通常工作在某一个最高工作频率之下, 称此最遍工作频率为临界频率 f_0 , 当工作频率 f 小于 f_0 时, 微带线的色散可以不予考虑。 f_0 近似计算式为

$$f_0 = \frac{0.95}{(\epsilon_r - 1)^{1/4}} \sqrt{\frac{Z_0}{h}} \quad (\text{GHz}) \quad (5-7-3)$$

其中 h 的单位要用 mm。

对 $Z_0 = 56 \Omega$, $\epsilon_r = 9.6$, $h = 1 \text{ mm}$ 的传输线, 由式(5-7-3)计算得 $f_0 \approx 4.15 \text{ GHz}$ 。所以当工作频率低于 4.15 GHz 时, 该微带线的色散特性可以忽略。实验证明, 当频率提高到 X 波段时, 等效介电常数比不考虑色散特性的值要高 10% 左右, 相速度和特性阻抗比不考虑色散特性时低 5% 左右。

[思考题]

- 1) 微带传输线工作在什么模式?
- 2) 微带传输线上的相速度与光速的关系如何? 相波长与自由空间中的波长关系如何?
- 3) 简述微带线的色散特性。

5.8 传输线的匹配

阻抗匹配是微波电路和系统的设计中必须考虑的问题, 阻抗匹配网络是设计微波电路和系统时采用最多的电路元件。在由信号源、传输线及负载组成的微波系统中, 如果传输线与负载不匹配, 传输线上将有反射波。反射波的存在, 一方面使传输线功率容量降低, 另一方面会使传输线上的衰减增加。如果信号源和传输线不匹配, 既会影响信号源的频率和输出功率的稳定性, 又使信号源不能给出最大功率, 负载又不能得到全部的入射功率。

5.8.1 三种匹配状态及其匹配方法

(1) 负载与传输线之间的阻抗匹配

当传输线的特性阻抗与负载阻抗匹配时，传输线上无反射波，线上的电压与电流波形为行波，负载吸收全部入射功率。其匹配方法是在如图 5-8-1(a)所示传输线和终端负载之间加一匹配网络，如图 5-8-1(b)所示匹配网络。一般要求匹配网络由电抗元件构成，使得损耗尽可能的小，而且还具有调节作用，可以对各种终端负载匹配。

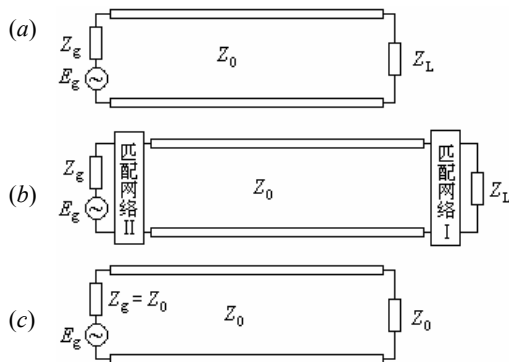


图 5-8-1 阻抗匹配

(2) 信号源与传输线之间的阻抗匹配

在信号源与传输线之间接入匹配网络，使信号源的内阻抗等于传输线的特性阻抗，如图 5-8-1(b)所示匹配网络。这样通过在传输线两端各接入一个匹配网络后，使系统得到匹配，如图 5-8-1(c)所示为匹配后的等效电路。

对于无耗传输线其特性阻抗为实数，故要求信号源的内阻抗也为实数，这样传输线的始端无反射，即使终端负载不等于特性阻抗，负载产生的反射波也会被匹配信号源吸收。

(3) 信号源的共轭匹配

能使信号源的输出功率达到最大的匹配状态称为共轭匹配状态。之所以称此时的匹配为共轭匹配是因为只有当传输线上的输入阻抗和信号源的内阻抗互为共轭值时输出功率才能达到最大。设信号源内阻抗为 $Z_g = R_g + jX_g$ ，传输线始端的输入阻抗为 $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ ，如图 5-8-2 所示。可以证得，当 $Z_g = Z_{in}^*$ (或 $R_g = R_{in}$ ， $X_g = -X_{in}$) 时，信号源给出最大功率

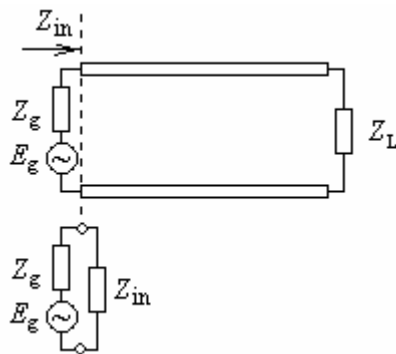


图 5-8-2 共轭匹配

$$P_{max} = \frac{E_g^2}{8R_g} \quad (5-8-1)$$

5.8.2 阻抗匹配网络

三种匹配状态的条件不相同，但是当传输线的特性阻抗为实数且满足 $Z_L = Z_g = Z_0$ 的条件

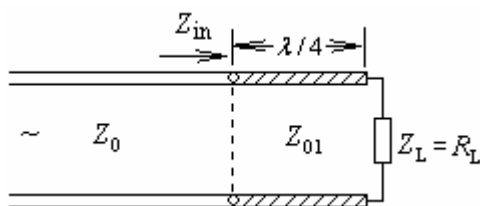


图 5-8-3 $\lambda/4$ 阻抗变换器

时，系统就能同时达到三种匹配状态，在实际应用中，最重要的是传输线与负载之间的匹配网络，最常用的有 $\lambda/4$ 变换器、支节匹配器、阶梯阻抗变换器和渐变线变换器，本章只介绍前两种，其余的读者可查阅相关参考书。

(1) $\lambda/4$ 阻抗变换器

$\lambda/4$ 阻抗变换器是实现负载匹配的简单、实用的阻抗，因为它是由一段 $\lambda/4$ 的传输线组成，如图 5-8-3 所示，其负载为纯电阻 R_L ，变换器的特性阻抗为 Z_{01} ，长度是工作波长的

$\lambda/4$ ，可以求得 $Z_{in} = \frac{Z_{01}^2}{R_L}$ 。由于当 $Z_{in} = Z_0$ 时实现匹配，因而匹配条件是

$$Z_{01} = \sqrt{Z_0 R_L} \tag{5-8-2}$$

也就是说在 Z_0 和 R_L 给定的情况下，只要在负载与传输线之间接一段长度为 $\lambda/4$ ，特性阻抗为 $\sqrt{Z_0 R_L}$ 的传输线，就能使特性阻抗为 Z_0 的传输线和负载电阻 R_L 相匹配。

如果负载阻抗不是纯电阻，若要用 $\lambda/4$ 阻抗变换器，则必须在电压波腹或波节点处接入。因为这些点处的输入阻抗为纯电阻，若 $\lambda/4$ 变换器接在电压波腹点处，则该点满足 $\tilde{Z}_{in} = \tilde{R}_{max} = \rho$ ，所以 $Z_{in} = \rho Z_0$ ，因而该 $\lambda/4$ 变换器的特性阻抗为

$$Z_{01} = \sqrt{Z_0 Z_{in}} = Z_0 \sqrt{\rho} \tag{5-8-3}$$

若 $\lambda/4$ 变换器接在电压波节点处，则该点满足 $\tilde{Z}_{in} = \tilde{R}_{min} = \frac{1}{\rho}$ ，所以 $Z_{in} = \frac{1}{\rho} Z_0$ ，因而

而该 $\lambda/4$ 变换器的特性阻抗应为

$$Z_{01} = \sqrt{Z_0 Z_{in}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\rho}} \tag{5-8-4}$$

当变换器在电压波腹或波节点接入时，将改变等效负载的频率特性，结果使频带变窄，原则上只能对一个频率匹配，为加宽频带可采用多级 $\lambda/4$ 变换器或渐变式阻抗变换器。

(2) 单支节匹配器

支节匹配器是利用在传输线上并联或串接终端短路或开路的支节线，使之产生新的反射波来抵消原来的反射波，从而达到匹配，支节线的数目，可以不只一个，但原理均相同，并

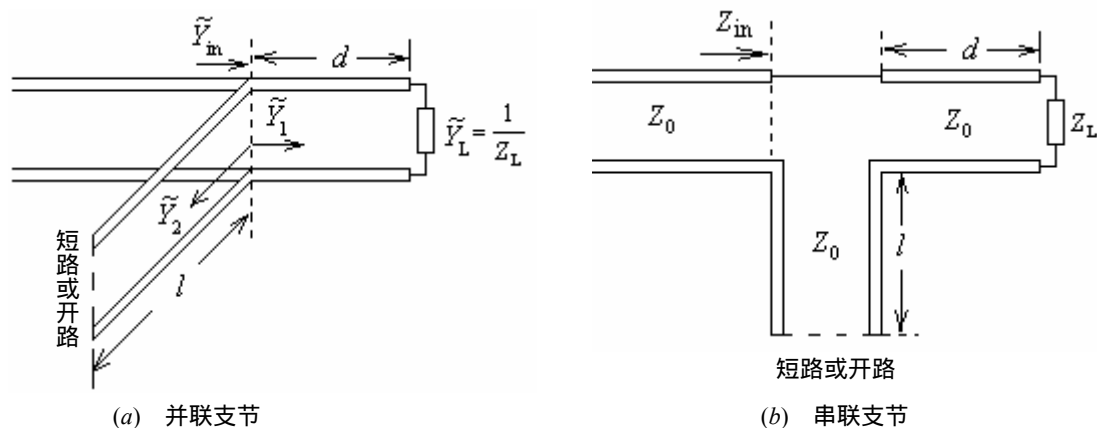


图 5-8-4 单支节匹配器

联支节最为常用，特别容易用微带线或带状线来实现。如图 5-8-4(a)、(b)所示为单支节匹配器。对于并联支节情况，其方法是在离负载距离为 d 处，并联一个长度为 l ，终端短路或开路的短截线，只要选择 d 和 l 使从支节接入处向负载看去的归一化输入导纳 \tilde{Y}_m 等于 1 即达到匹配；对于串联支节情况，只要选择 d 和 l 使从支节接入处向负载看去的输入阻抗 Z_m 等于传输线特性阻抗 Z_0 即达到匹配。

通常利用导纳圆图来求解 d 和 l ，下面举例说明之。

例 5-8-1 已知特性阻抗 $Z_0 = 200 \Omega$ 的同轴线，负载接阻抗 $Z_L = 600 + j400 \Omega$ ，用单支节短路并联匹配器，求接入位置 d 和支节长度 l 。

分析：如图 5-8-4(a)所示，当匹配时， $\tilde{Y}_{in} = 1 = \tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2$ ，而 \tilde{Y}_2 为纯电纳，设 $\tilde{Y}_2 = j\tilde{B}$ ，则 $\tilde{Y}_1 = 1 - \tilde{Y}_2 = 1 - j\tilde{B}$ 。所以在导纳圆图上， \tilde{Y}_1 必定在 $\tilde{G} = 1$ 的圆上，而且 \tilde{Y}_1 又在等反射系数圆上，可以求得 \tilde{Y}_1 在导纳圆图上的对应点，从而求得 d 值。

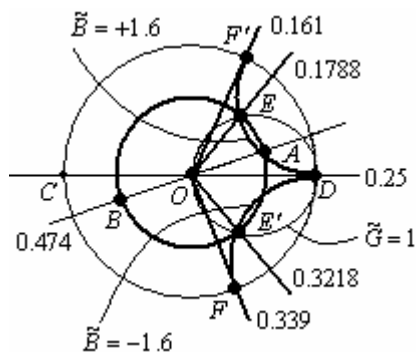


图 5-8-5 求单支节匹配的接入位置和支节长度

根据求得的 \tilde{Y}_1 ，确定 \tilde{B} 值，即纯电纳 \tilde{Y}_2 ，由电纳圆与电导为零的电导圆交点可求出 l 值。

解 图解过程参见图 5-8-5。

先找入图点。

归一化负载阻抗 $\tilde{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 3 + j2$ ，在圆图上找到 $\tilde{Z}_L = 3 + j2$ 对应位置 A 点，由 A 点沿等反射

系数圆转过 180° 到 B 点， B 点即为归一化负载导纳的位置，其读数为

$$\tilde{Y}_L = 0.225 - j0.154$$

对应的电长度标值为 0.474。

求 d 。

找到等反射系数圆与 $\tilde{G} = 1$ 的单位电导圆的交点 E 和 E' ，对应的电长度标值为 0.1788 和 0.3218，对应的 \tilde{Y}_1 分别为 $1 + j1.6$ 和 $1 - j1.6$ ，从 B 点到 E 和 E' 转过的电长度分别为 $(0.5 - 0.474) + 0.1788 = 0.2048$ 和 $(0.5 - 0.474) + 0.3218 = 0.3478$ ，因此接入位置离终端的距离 d 为 0.2048λ 和 0.3478λ 。

要注意求 d 时，在圆图上的转动方向，若从 B 到 E 和 E' ，则顺时针转，若从 E 和 E' 到 B ，则逆时针转，计算结果一致。

求支节线长度 l

作 $\rho = \infty$ 的圆，与 $\tilde{B} = -1.6$ 和 $\tilde{B} = +1.6$ 的两电纳圆相交于 F 和 F' ，对应的电长度为 0.339 和 0.161。由导纳圆图上的短路点 D 沿 $\rho = \infty$ 圆顺时针转到 F 和 F' ，可用其电长度的变化量求得支节线长度 l 为 0.089λ 和 0.411λ 。

要说明的是这里求得两个 d 值是离终端最近的两解，也就是在半个波长距离内的解，大于半个波长的 d 值没有必要求出，因为我们是在负载端跨接匹配线，对于 l 也一样没有必

要去接很长的匹配线。可以求得单支节并联短路匹配器的 d 和 l 的解析式为

$$\begin{cases} d = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \sqrt{\frac{Z_L}{Z_0}} \\ l = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \frac{\sqrt{Z_L Z_0}}{Z_L - Z_0} \end{cases} \quad (5-8-5)$$

式中 Z_L 为实数，读者不妨用此公式来计算本例。

(3) 双支节匹配器

单支节匹配器可用于任意负载阻抗，且原理简单，但它要求支节的位置 d 可调，这对同轴线、波导结构有一定的困难，若采用双支节匹配器就不存在这样的现象。双支节匹配器是由在距离负载的两固定位置并联(或串联)接入终端短路或开路的支节构成，通常采用并联双支节，如图 5-8-6 所示，两支节之间的距离通常固定选取

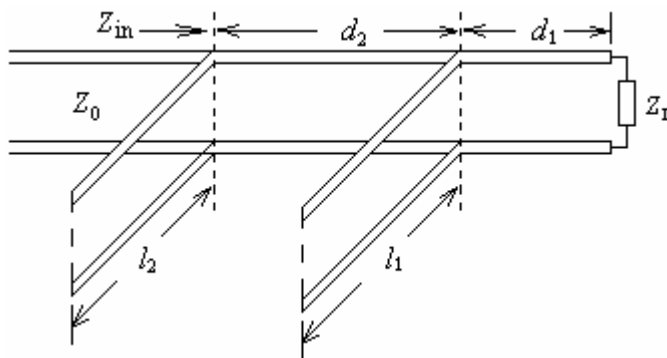


图 5-8-6 双支节匹配器

$d_2 = \lambda/8, \lambda/4, 3\lambda/8$ ，但不

能取 $\lambda/2$ 。在匹配过程中， d_1 、 d_2 保持不变，根据不同的负载选择 l_1 、 l_2 的长度来达到匹配。

[思考题]

- 1) 传输线有哪三种匹配状态？
- 2) 常用的阻抗匹配网络有哪些？分别有什么特点？

本章小结

微波传输线是一种分布参数电路，本章以此为出发点导出了传输线方程，进而分析传输线的特性，并介绍了圆图及其应用，主要内容如下：

1) 电报方程及其解

$$\text{方程} \begin{cases} \frac{d^2 U(z)}{dz^2} - \hat{Z}\hat{Y}U(z) = 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \hat{Z}\hat{Y}I(z) = 0 \end{cases}, \text{通解} \begin{cases} U(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \\ I(z) = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) \end{cases}$$

其中 $\gamma = \alpha + j\beta$ 为传播常数， $Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{Z}}{\hat{Y}}}$ 为特性阻抗。

2) 均匀无耗传输线的基本特性 传输特性

相位常数 $\beta = \omega\sqrt{\hat{L}\hat{C}}$, 相速度 $v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\hat{L}\hat{C}}}$, 相波长 $\lambda_p = \frac{2\pi}{\beta}$

特性阻抗 $Z_0 = \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}}$

反射系数和驻波系数

反射系数 $\Gamma(z') = \Gamma_2 e^{-j\beta z'}$, 取值范围为 $0 \leq |\Gamma| \leq 1$ 。

其中 $\Gamma_2 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = |\Gamma_2| e^{j\varphi_2}$ 为终端反射系数。

驻波系数 $\rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$, 取值范围为 $1 \leq \rho \leq \infty$

输入阻抗 $Z_{in} = Z_0 \frac{1+\Gamma(z')}{1-\Gamma(z')}$

传输功率 $P(z') = \frac{|U|_{\max}^2}{2\rho Z_0}$

3) 传输线的等效

行波工作状态

当 $Z_L = Z_0$ 时, 传输线上为行波, 此时线上任何位置的输入阻抗都为 Z_0 。

驻波工作状态

当 $Z_L = 0$ 、 ∞ 或 $\pm jX$ 时, 发生全反射, 传输线上为驻波, 此时传输线上电压波腹点处的输入阻抗为无限大, 电压波节点处输入阻抗为零。其它位置的输入阻抗为纯电抗, 分别可用并联谐振、串联谐振和纯电感或纯电容来等效。

行波工作状态

当 $Z_L = R_L + jX_L$ 时, 传输线上为行驻波, 线上有反射波, 但非全反射。所以电磁能量一部分被负载吸收, 另一部分被负载反射。在电压波腹点, 输入阻抗为纯电阻且最大,

$R_{\max} = \rho Z_0$; 在电压波节点输入阻抗为纯电阻且最小 $R_{\min} = \frac{Z_0}{\rho}$ 。

4) 圆图及其应用

阻抗圆图和导纳圆图都用同一张圆图, 它们在进行阻抗计算和阻抗匹配的重要工具。圆图主要由两组圆族构成, 实际使用中还需要画出核心圆即等反射系数(等驻波系数圆)。

5) 有耗传输线

特性参数

传播常数 $\gamma = \alpha + j\beta$

其中衰减常数 $\alpha \approx \frac{\hat{R}}{2} \sqrt{\frac{\hat{C}}{\hat{L}}} + \frac{\hat{G}}{2} \sqrt{\frac{\hat{L}}{\hat{C}}} = \alpha_c + \alpha_d$, α_c 为导体损耗 , α_d 为介质损耗 ,

相位常数 $\beta = \omega \sqrt{\hat{L}\hat{C}}$ 。

$$\text{反射系数} \quad \Gamma(z') = |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'} e^{j(\varphi_2 - 2\beta z')}$$

$$\text{驻波系数} \quad \rho = \frac{1 + |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'}}{1 - |\Gamma_2| e^{-2\alpha z'}}$$

$$\text{归一化输入阻抗} \quad \tilde{Z}_{in}(z) = \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')}$$

有耗线上的电压、电流的分布特点是各个波腹的大小随位置而变,在信号源附近变化较小。输入阻抗在特性阻抗 Z_0 附近上下波动,离信号源越近波动幅度越小。

有耗线上有功功率损耗

功率损耗的大小可从传输效率来体现,其计算式为

$$\zeta_c = \frac{1 - |\Gamma_2|^2}{e^{2\alpha l} [1 - |\Gamma_2|^2 e^{-4\alpha l}]}$$

6) 双导线与同轴线

双导线与同轴线都是双导体传输线,它们的分布参数可由电磁场理论知识分析得到,相应的特性阻抗、相速度和相波长均有现成计算公式。双导线与同轴线的相位常数、衰减常数、相速度和相波长的计算公式在形式上是相同的。

7) 微带传输线

微带线上传输的主模为准 TEM 模,利用准静态分析法,可求得相应的特性阻抗、相速度和相波长:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{re}}} , \lambda_p = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}} , Z_0 = \frac{Z_{00}}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

在实际计算中可利用如图 5-7-4 所示一样的关系曲线。

由于微带线上实际传输的模不是 TEM 模,所以存在着色散,频率越高,相速越小,等效介电常数越大,特性阻抗越小。当工作频率小于临界频率 f_0 时可认为无色散。

8) 传输线的匹配

传输线上的匹配分为三种状态:传输线与负载之间阻抗匹配,信号源与传输线之间阻抗匹配及共轭匹配。

在传输线与负载之间的常用匹配方法是 $\lambda/4$ 变换器和支节匹配器。

利用 $\lambda/4$ 变换器可以组成微波带通滤波器。

习 题

5-1 传输线长度为 1m,当信号频率分别为 975MHz 和 6MHz 时,传输线分别是长线还是短线?

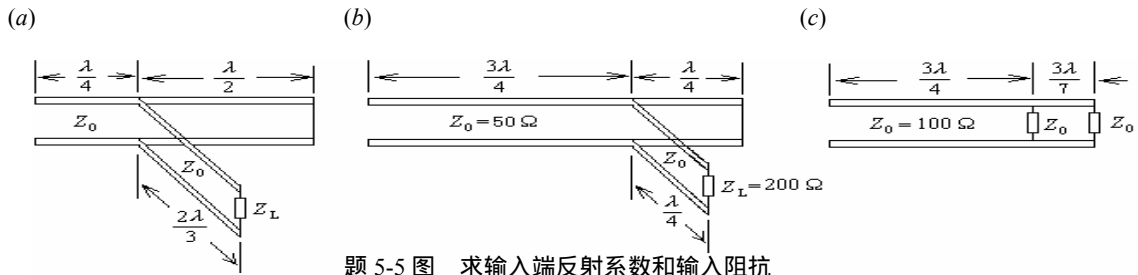
5-2 已知同轴电缆的特性阻抗为 75Ω ,其终端接负载阻抗 $Z_L=25+j50\Omega$,计算终端反射系数 Γ_2 。

5-3 一无耗传输线特性阻抗为 $Z_0=100\Omega$,负载阻抗 $Z_L=75-j68\Omega$,试求距离终端为 $\lambda/8$ 和 $\lambda/4$ 处的输入阻抗。

5-4 设无耗线终端接负载阻抗 $Z_L = Z_0 + jX_L$,其实部 Z_0 为传输线特性阻抗,试证明:负载

的归一化电抗 \tilde{X}_L 与驻波系数 ρ 的关系为 $\tilde{X}_L = \frac{\rho-1}{\sqrt{\rho}}$ 。

5-5 先将习题图 5-5 各图传输线电路等效再求各电路的输入端反射系数 Γ_{in} 和输入阻抗 Z_{in} 。



题 5-5 图 求输入端反射系数和输入阻抗

5-6 用传输线来替代电感和电容,可有传输线的短路连接或开路连接来得到。若已知传输线的特性阻抗为 300Ω ,而传输信号的频率为 600MHz ,求:

(1) 用短路传输线方式来代替的 $3\times 10^{-5}\text{H}$ 电感,传输线长度至少为多少?

(2) 用开路传输线方式来代替 0.795pF 的电容器,传输线长度至少为多少?

5-7 某无耗传输线的特性阻抗为 $Z_0=100\Omega$ 。测得传输线上驻波电压最大值为 $|U|_{\max}=80\text{mV}$,最小值为 $|U|_{\min}=16\text{mV}$,离开负载第一个电压波腹点到负载的距离为 $l_{\max}=0.25\lambda$,求负载阻抗 Z_L 。

5-8 已知均匀无耗传输线的电长度 $\tilde{l} = l/\lambda$,终端所接负载的归一化阻抗为 \tilde{Z}_L ,输入端的归一化阻抗为 \tilde{Z}_{in} ,导纳为 \tilde{Y}_{in} ,利用圆图求习题 5-8 表中的未知量。

题 5-8 表 利用圆图求各未知量的值

\tilde{Z}_{in}	\tilde{Y}_{in}	\tilde{l}	\tilde{Z}_L	$ \Gamma_2 $	φ_2	ρ
		0.1	$0.4 - j0.8$			
$0.4 - j0.8$		0.125				
	$1 + j1.2$		$0.45 + j0.6$			
		0.25		0.2	45°	
		0.4			180°	3

5-9 利用圆图求解下列各题的传输线的电长度 l/λ 。

(1) 传输线短路,输入归一化导纳 $\tilde{Y}_{in} = j0.42$ 。

(2) 传输线开路,输入归一化导纳 $\tilde{Y}_{in} = -j2.3$ 。

5-10 无耗线的特性阻抗为 $Z_0=200\Omega$,第一个电流波腹点距负载 16cm ,电压驻波比为 $\rho = 5.2$,

工作波长为 80cm，求负载阻抗 Z_L 。

5-11 传输线的特性阻抗为 $Z_0=75\Omega$ ，用测量线测得电压驻波比为 $\rho=2$ ，第一个电压波节点

离终端距离为 $l_{\min 1}=0.3\lambda$ ，用圆图求终端电压反射系数 Γ_2 和终端负载阻抗 Z_L 。

5-12 设无耗传输线的特性阻抗 $Z_0=75\Omega$ ，要求线上任何一点的瞬时电压不得超过 5KV，求传输线所能传输的最大平均功率及其负载阻抗。

5-13 有耗线长 $l=24\text{cm}$ ，特性阻抗 $Z_0=100\Omega$ ，工作波长为 $\lambda=10\text{cm}$ ，测得负载和输入

端的驻波比分别为 4 和 3，第一个电压波节点到终端距离为 $l_{\min 1}=1\text{cm}$ ，试求传输线的衰减常数、负载阻抗和输入阻抗。

5-14 有一个铜制的架空平行双线，两线间距离 $D=16\text{cm}$ ，导线半径 $a=0.2\text{cm}$ ，工作频率为 150 MHz，试求：单位长度上的分布电感 \hat{L} 、分布电容 \hat{C} 、相位常数 β 、特性阻抗 Z_0 、衰减常数 α 、相速度 v_p 及相波长 λ_p 。

5-15 同轴线在 2 GHz 时的分布参数为 $\hat{R}=5\Omega/\text{m}$ ， $\hat{L}=560\text{nH}/\text{m}$ ， $\hat{G}=6\times 10^{-4}\text{S}/\text{m}$ ， $\hat{C}=45\text{pF}/\text{m}$ ，计算 Z_0 、 α 、 β 、 v_p 及 λ_p 。

5-16 设有一个空气同轴线的外导体内直径为 23 mm，内导体外直径为 10 mm，求其特性阻抗；若内外导体间填充 ϵ_r 为 2.5 的介质，求其特性阻抗。

5-17 要求微带线特性阻抗 $Z_0=60\Omega$ ，介质基片 $\epsilon_r=7$ ，基片厚度 $h=0.8\text{mm}$ ，求此微带线的中心导带宽度 w 及传输 TEM 模的最短工作波长 λ_0 。

5-18 设 ϵ_r 为 2.1 的基片厚度 h 为 1.23mm，求由此制作的微带线的导体带宽度 w 为多少时特性阻抗为 50Ω ？若工作频率为 3GHz，则 90° 的相移段长度为多少？

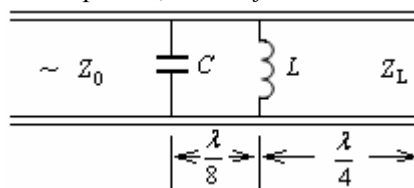
5-19 传输线的特性阻抗 $Z_0=300\Omega$ ，负载阻抗 $Z_L=192\Omega$ ，为了使主传输线上不出现驻波，在主线与负载之间接一个 $\lambda/4$ 匹配线。(1) 求匹配线的特性阻抗；(2) 设负载功率为 $2\times 10^3\text{W}$ ，不计损耗，求电源端的电压和电流幅值；(3) 求负载端的电压和电流幅值。

5-20 传输线的特性阻抗 $Z_0=75\Omega$ ，负载 $Z_L=250\Omega$ ，工作波长 $\lambda=45\text{cm}$ ，在离负载不远处并联一个短路匹配线，使主线上不发生驻波。(1) 求匹配线的长度和距离负载的距离；(2) 求主线和匹配线接点处向负载端看去所得的阻抗和导纳；(3) 求匹配线的阻抗和导纳。

5-21 如题 5-21 图所示电路， $Z_L=50+j100\Omega$ ， $L=0.2\mu\text{H}$ ， $C=22\text{pF}$ ， $Z_0=25\Omega$ ， $f=360\text{MHz}$ ，试求电容器左边的驻波系数。

5-22 特性阻抗 $Z_0=50\Omega$ 的同轴馈线，填充介质的介电常数为 $\epsilon_r=3.1$ ，工作频率为 1GHz，终接负载

阻抗 $Z_L=80\Omega$ ，试求：(1) 负载的反射系数 Γ_2 和



题 5-21 图 求电容器左边的驻波系数

线上驻波系数 ρ ; (2) 欲使负载和馈线匹配, 在其间插入一段 $\lambda/4$ 线, 试求其特性阻抗及长度。

5-23 . 传输线的特性阻抗 $Z_0 = 33 \Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 33 + j33 \Omega$, 工作波长 $\lambda = 20 \text{ cm}$, 用单跨线来消除主线上的驻波, 跨线长度和离开负载的距离都是愈短愈好。(1) 问应该用短路线还是开路线; (2) 求跨线长度和离开负载的距离。

5-24 . 证明均匀无耗传输线, 在离负载 $\lambda/4$ 处的归一化阻抗等于在负载处的归一化导纳。

5-25 . 试证明长度为 $\lambda/2$ 的两端短路的无耗线, 不论电源从哪一点接入均对电源频率呈现并联谐振。