

《射频集成电路设计基础》讲义

射频与微波技术复习

- ❑ 无源元件 (Passive Components)
- ❑ 传输线 (Transmission Lines)
- ❑ Smith Chart — 反射系数平面上的阻抗和导纳
- ❑ 阻抗变换及匹配：概述
- ❑ LC 阻抗变换网络
- ❑ 传输线阻抗变换
- ❑ 二端口网络与 S 参数

无源元件 (Passive Components)

- 高频电路与数字及低频模拟电路的一个不同之处是大量使用无源元件，它们用于：
 - 阻抗匹配或转换
 - 抵消寄生元件的影响 (扩展带宽)
 - 提高选择性 (调谐、滤波、谐振)
 - 移相网络、负载等等
- 品质因数 (Quality Factor, Q 值)
 - 根据定义

$$Q \equiv 2\pi \frac{\text{Maximum Energy Stored}}{\text{Energy Dissipated}} \Bigg|_{\text{per AC cycle}} \quad (1)$$

它表示了元件或电路在指定频率所存储的能量与所消耗的能量之比，我们以 RL 并联电路为例，计算其 Q 值

假设有激励电压源 $v(t) = V_0 \cos(\omega t)$, 则电感中的电流为

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt = \frac{V_0}{\omega L} \sin(\omega t)$$

电感中存储的能量为 $E_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{V_0}{\omega L} \right)^2 \sin^2(\omega t)$, 其最大值为

$$E_{L, max} = \frac{1}{2} L \left(\frac{V_0}{\omega L} \right)^2$$

而每信号周期电路所消耗的能量为 $E_R = \frac{V_0^2}{2R} \cdot T = \frac{V_0^2}{2R} \cdot \frac{1}{f}$, 于是

$$Q = 2\pi \frac{E_{L, max}}{E_R} = 2\pi \frac{\frac{1}{2} L \left(\frac{V_0}{\omega L} \right)^2}{\frac{V_0^2}{2R} \cdot \frac{1}{f}} = \frac{R}{\omega L}$$

- RLC 并联谐振电路的 Q 值正比于其阻抗 (或导纳) 幅度与相位随频率的变化速度, 其中幅度的变化反映了电路的选择性。电路导纳为

$$Y = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}, \text{ 在谐振频率 } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ 附近, 即 } \omega = \omega_0 + \Delta\omega \text{ 处,}$$

$$Y(\omega) = \frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L}(\omega^2 LC - 1) = \frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L}(2\Delta\omega\omega_0 + \Delta\omega^2)LC \approx \frac{1}{R} + j2C\Delta\omega \quad (2)$$

不难发现 $Y(\omega)$ 近似于一个 R2C 的并联电路在 0Hz 附近的导纳, 因此, RLC 并联电路的 3-dB 带宽近似于 R||2C 电路 3-dB 带宽的 2 倍

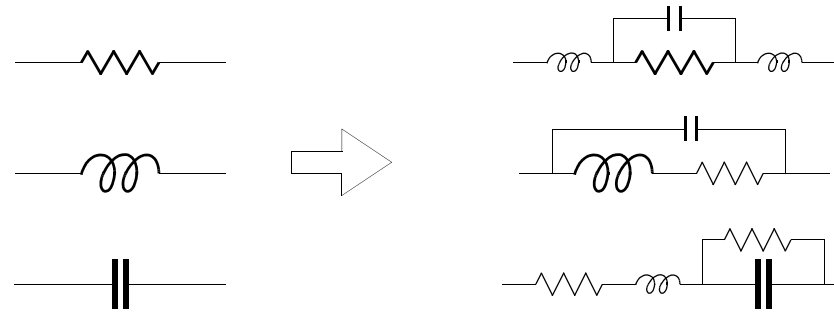
$$BW = 2\frac{1}{R \cdot 2C} = \frac{1}{RC}, \quad \frac{BW}{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{Q} \quad (3)$$

$Y(\omega)$ 的相位 $\phi(\omega) = \text{atan}(2RC\Delta\omega)$, 当 $\Delta\omega$ 趋近于 0 时,

$$\phi(\omega) \approx 2RC\Delta\omega, \quad \frac{d\phi}{d\omega} \approx 2RC = \frac{2Q}{\omega_0} \quad (4)$$

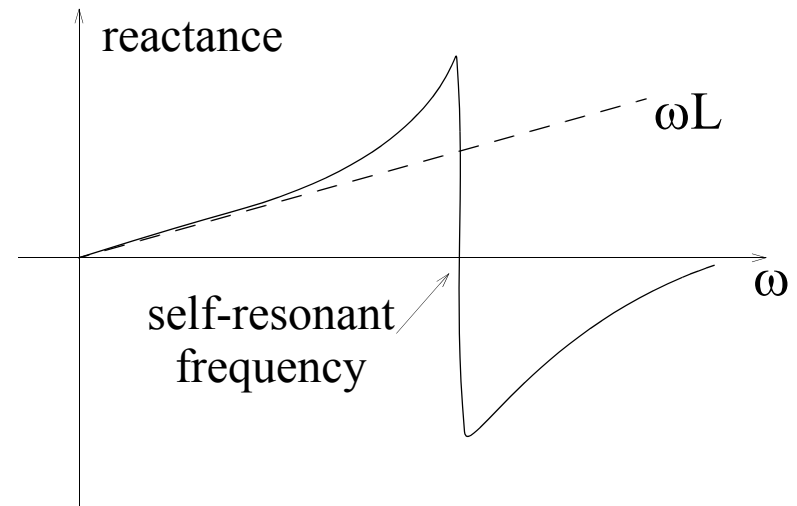
这个公式在分析振荡器电路时非常有用。

- RLC 串联谐振电路的情况与此类似
- 分立无源元件的高频模型
 - » 电阻、电容和电感的阻抗在高频时往往与它们的标称值有很大的偏差，这时寄生元件造成的，它们降低了元件的品质因数和自谐振频率



- 自谐振频率

频率高到一定的程度，元件的阻抗会由原来的感性变成容性或由容性变成感性，这说明寄生效应已经占据主导地位，元件无法再工作。例如右图中一个电感电抗随频率的变化。



传输线 (Transmission Lines)

- 分布 (**distributed**) 系统与集总 (**lumped**) 系统
 - 环路电压和节点电流定律在任何时候都成立吗?
当然, 如果你的模型没错的话。
 - 任何电路、元器件、连接线本质上都是分布系统, 在某些条件下它们的分布特性可以被忽略, 正如在某些条件下微积分可以简化为四则运算
 - 对于一条长度为 l 的低损耗连接线和波长为 λ 的信号,
 - » 当 $l \ll 0.1\lambda$, 连线可以看成理想的电路连接线 (阻抗为 0 的集总系统)
 - » 当 $l > 0.1\lambda$, 我们认为它是一个分布系统 — 传输线
 - 分布 vs. 寄生 (parasitic)
- 准静态 (**Quasi-Static**) 与非准静态 (**NQS**)
 - QS: 电路理论适用, NQS: 电磁场理论适用

- **IC Design 需要传输线知识吗**

- 空气中 1GHz 信号的波长为 30cm，芯片的尺寸以 mm 计，因此在这个频段附近 (lower GHz) 的 RFIC 内部通常还不需要考虑传输线效应
- 当频率高到一定程度，电路中存在较长的连线，或者需要精确分析电路的工作情况，即使是 IC 设计也不得不使用传输线理论
- IC 与外界连接时 (不论是测试还是实际应用) 都将用到传输线
- 传输线现象是典型的高频现象，传输线理论是理解高频电路、信号和系统的基础和重点
- Good News or Bad News?

- **抽象的传输线**

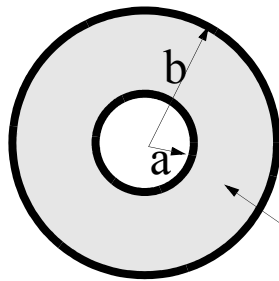
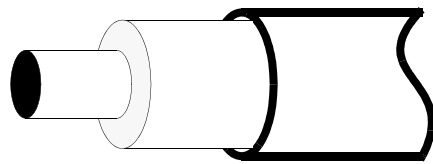
- 一根信号线和地 (线或面) 就组成了传输线
- 电磁波将沿信号线传输并被限制在信号线和地之间



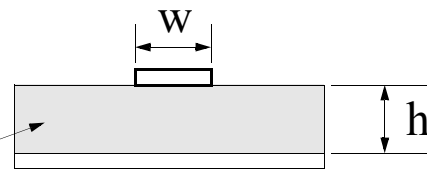
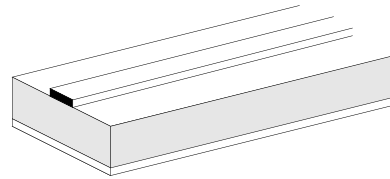
一段传输线

- 具体的传输线

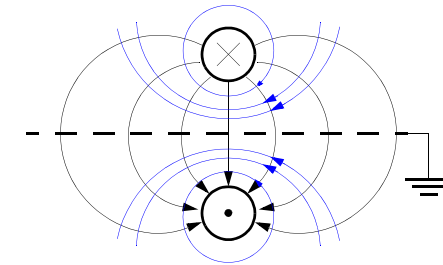
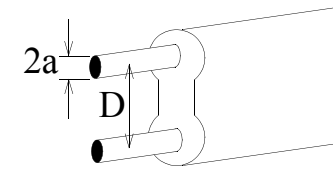
- 同轴线或同轴电缆 (coaxial cable), 平行双线 (twin-lead, two wire), 微带线 (microstrip), 共面波导 (co-planar wave guide, CPW)



Coaxial cable

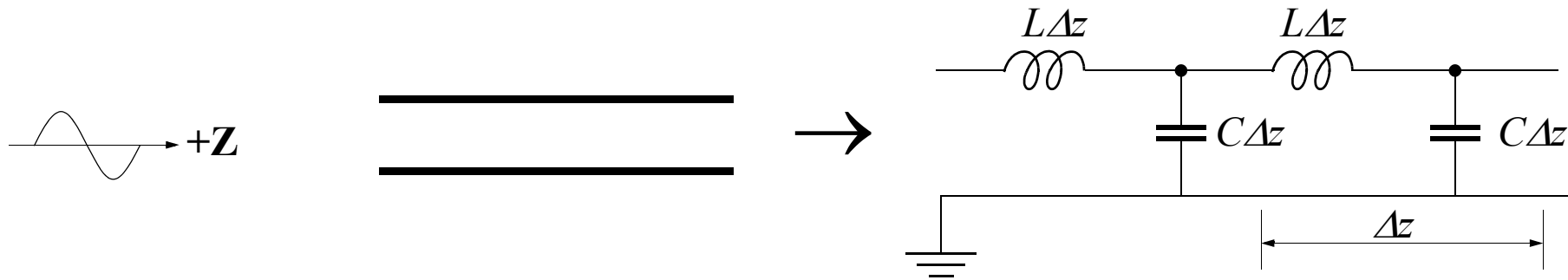


Microstrip



Twin-lead

- 无损耗传输线：LC 分布系统

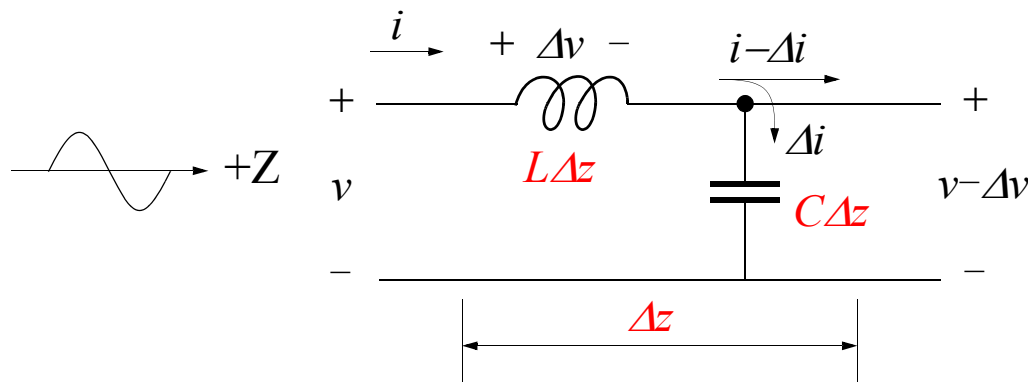


- L 和 C 为单位长度的电感和电容，其单位分别为 H/m 和 F/m
- QUIZ: Where do L and C come from?
- 典型传输线的参数

Table 1: Transmission Line Parameters

	Twin-Lead	Coaxial	Microstrip
L	$\frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{D}{a}\right)$	$\frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$	$\frac{\mu h}{w}$
C	$\frac{\pi \epsilon}{\ln(D/a)}$	$\frac{2\pi \epsilon}{\ln(b/a)}$	$\frac{\epsilon w}{h}$

- 无损耗传输线上的电压和电流



$$L\Delta z \frac{\partial i(t, z)}{\partial t} = -\frac{\partial v(t, z)}{\partial z} \Delta z$$

$$C\Delta z \frac{\partial v(t, z)}{\partial t} = -\frac{\partial i(t, z)}{\partial z} \Delta z$$

- 电流和电压的偏微分方程组的解将电压和电流表示成时间 t 和坐标 z 的函数，并且具有波动方程的形式

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} v(t, z) = LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} v(t, z)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} i(t, z) = LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} i(t, z)$$

– 但是我们更关心传输线在正弦激励下的稳态特性,这时的电路方程为

$$\begin{aligned} j\omega L \cdot I(z) &= -\frac{d}{dz}V(z) \\ j\omega C \cdot V(z) &= -\frac{d}{dz}I(z) \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2}{dz^2}V(z) + \omega^2LCV(z) = 0$$

毫不奇怪,我们得到的仍然是波动方程

$$\begin{aligned} V(z) &= Ae^{-j\beta z} + Be^{j\beta z} \\ I(z) &= \frac{\beta}{\omega L} [Ae^{-j\beta z} - Be^{j\beta z}] \end{aligned} \quad (5)$$

$V(z)$ 所含的两项分别为入射波和反射波, A 和 B 是它们在 $z=0$ 时的值, 而

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (6)$$

称为波的相位常数 (Phase Constant), 单位为 rad/m, 它表示了在一定频率下行波相位沿传输线的变化情况, 因而与波速有关

- 波速和特征阻抗

- 波速即为行波上某一相位点的传播速度 (Phase velocity), 对于一个正弦波 $\cos(\omega t - \beta z)$, 一定相位可表示为 $\omega t - \beta z = \text{constant}$, 于是相位速度

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7)$$

但是我们知道 $v_p = \lambda f$, 因而

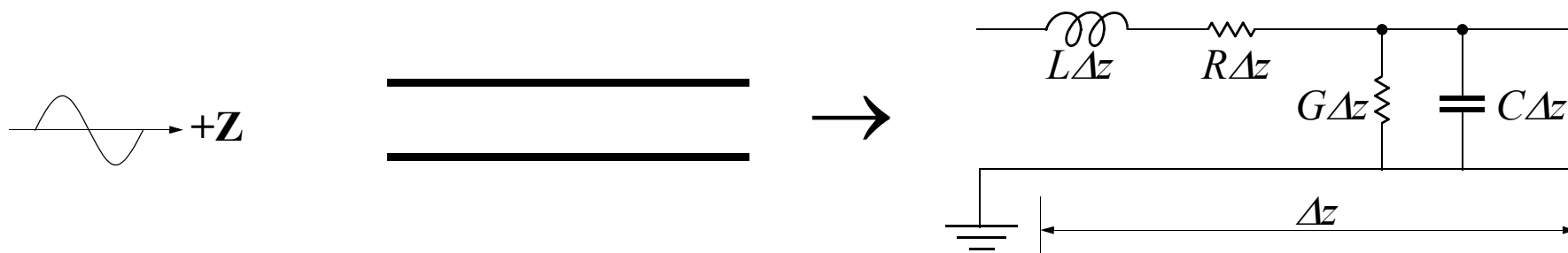
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (8)$$

- 公式 (5) 中入射波电压和电流分别为 $Ae^{-j\beta z}$ 和 $\frac{\beta}{\omega L}e^{-j\beta z}$, 在没有反射波的情况下, 传输线上任意一点的电压和电流比值为

$$Z_0 = \frac{\omega L}{\beta} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (9)$$

这就是传输线的特征阻抗, 或者是无限长传输线的输入阻抗

• 有损耗的传输线



- 由于导体的电导率和介质的电阻率都是有限的，损耗不可避免
- 经过同样的推导过程，可以得到

$$V(z) = Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z} \quad (10)$$

- » $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$ 称为传输常数(propagation constant)
- » β 即为相位常数; α 的单位为(Np/m)，它表示了传输线的衰减特性，称为衰减常数，Neper与dB的关系为 $1\text{dB} = 8.686\text{Np}$

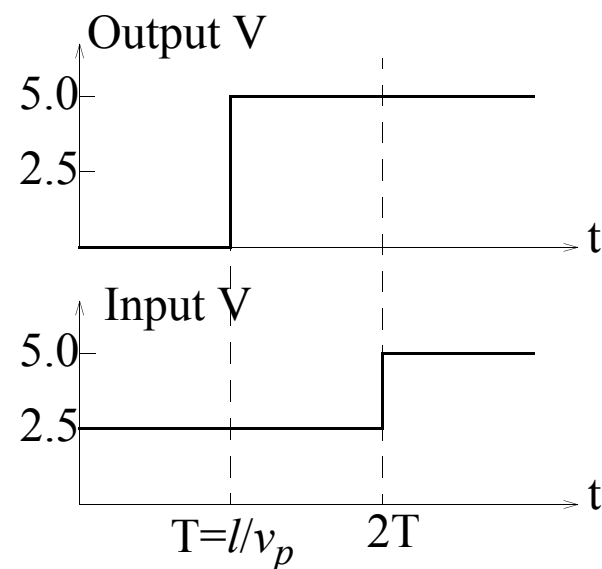
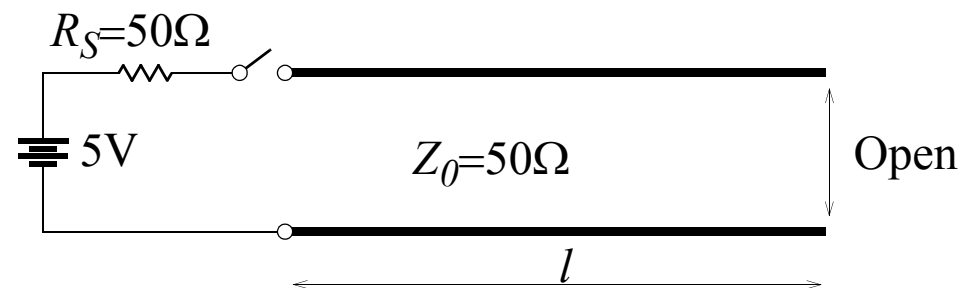
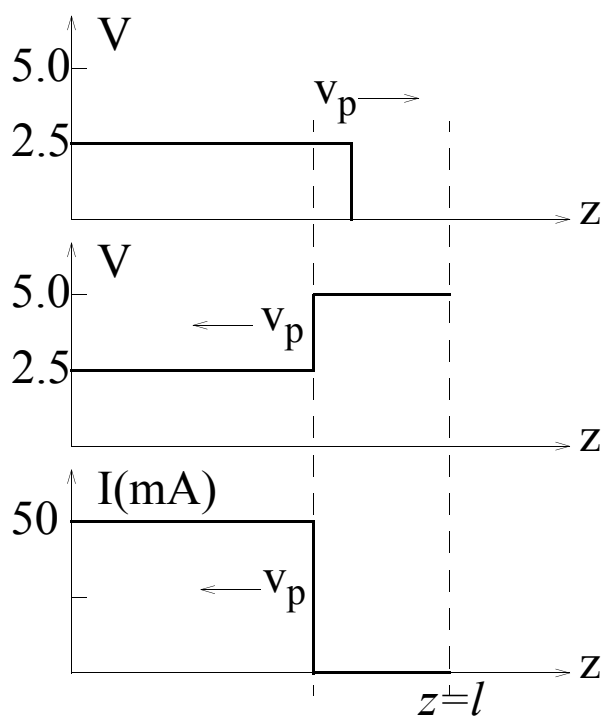
- 特征阻抗不再是一个实数

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (11)$$

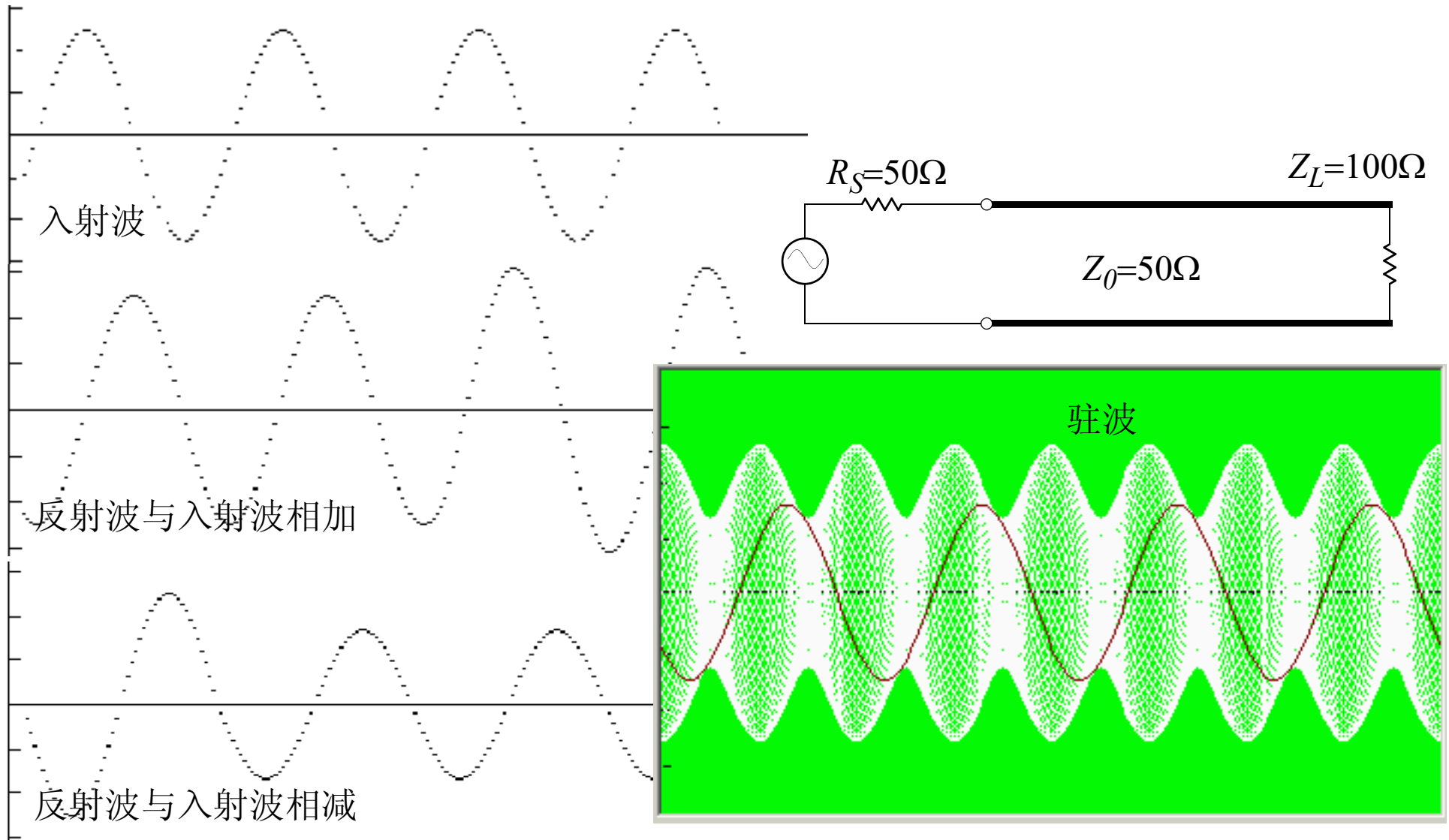
- 当 $R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$ 时， β 和 Z_0 近似于无损耗的情况

• 波的反射

- 无限长传输线不存在反射
- 有限长传输线的负载与特征阻抗相等时，也不存在反射 (Why?)
- 一个熟悉的例子



– 正弦波的情况 ($Z_L=2Z_0$)

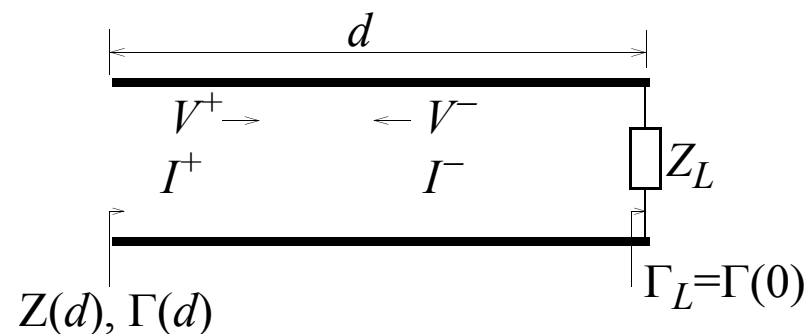


– 反射系数

$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+} = \rho \angle \theta$$

$$Z_L = \frac{V^+ + V^-}{I^+ + I^-} = \frac{V^+ + V^-}{V^+/Z_0 - V^-/Z_0}$$

$$\therefore \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$



» 在距负载 d 处的阻抗为

$$Z(d) = \frac{V(0)[e^{j\beta d} + \Gamma e^{-j\beta d}]}{V(0)[e^{j\beta d} + \Gamma e^{-j\beta d}]/Z_0} = \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta d}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta d}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d}$$

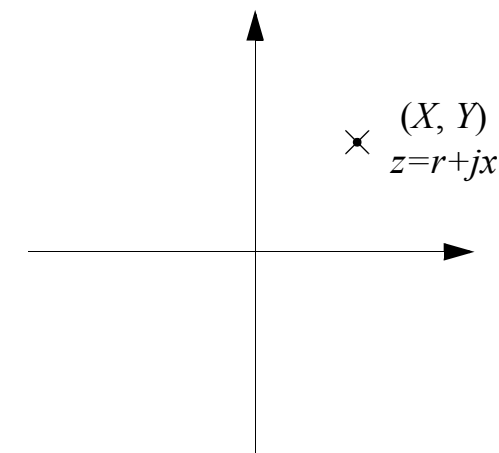
– (电压) 驻波比 $VSWR = \frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \frac{V^+(1 + \rho)}{V^+(1 - \rho)} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$

– 回波损耗 (Return Loss) $RL = -10 \log(\rho^2) = -20 \log(\rho)$

Smith Chart — 反射系数平面上的阻抗和导纳

- 反射系数平面 (Γ 平面)

- 反射系数 Γ 可以用一个平面直角坐标中的点 (X, Y) 来表示, X 和 Y 分别是它的实部和虚部, 即 $G = X + jY$, 这是一一对应的关系



- Γ 还和阻抗存在一一对应的关系

$$\Gamma_L = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}, \quad Z = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

- 因此阻抗也和 Γ 平面上的点存在一一对应的关系

- 将反射系数表达式中的阻抗对传输线的特征阻抗 Z_0 进行归一化:
 $z = Z/Z_0 = r + jx$, 进一步得到

$$\Gamma = X + jY = \frac{z-1}{z+1} = \frac{r+jx-1}{r+jx+1}$$

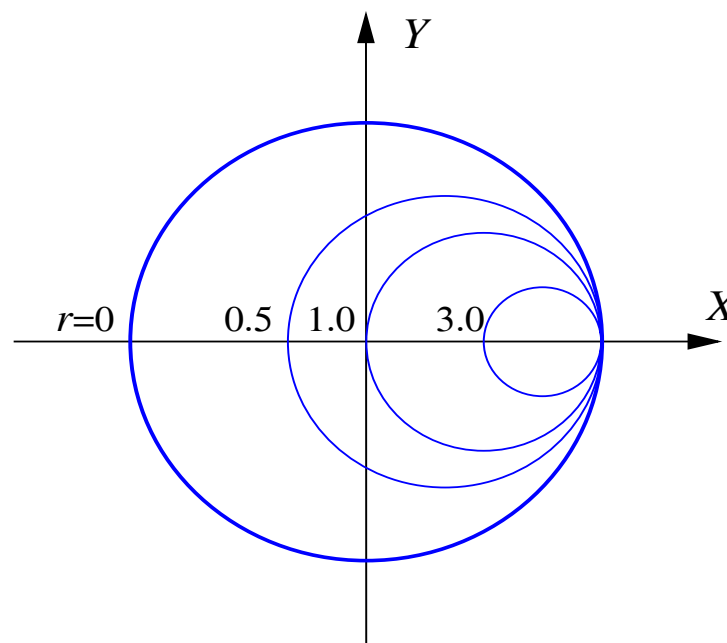
于是

$$X = \frac{r^2 - 1 + x^2}{(r+1)^2 + x^2}, \quad Y = \frac{2x}{(r+1)^2 + x^2} \quad (12)$$

— 如果消掉上式中的 x ，可以得到

$$\left(X - \frac{r}{r+1}\right)^2 + Y^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

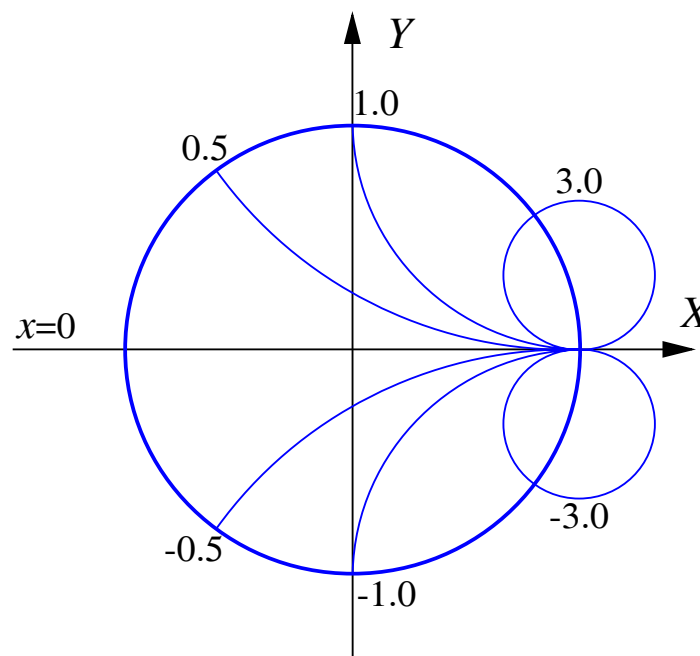
可见，当阻抗的实部一定，由虚部变化而引起的反射系数的改变都落在 Γ 平面上圆心为 $\left(\frac{r}{r+1}, 0\right)$ ，半径为 $\frac{1}{r+1}$ 的圆周上



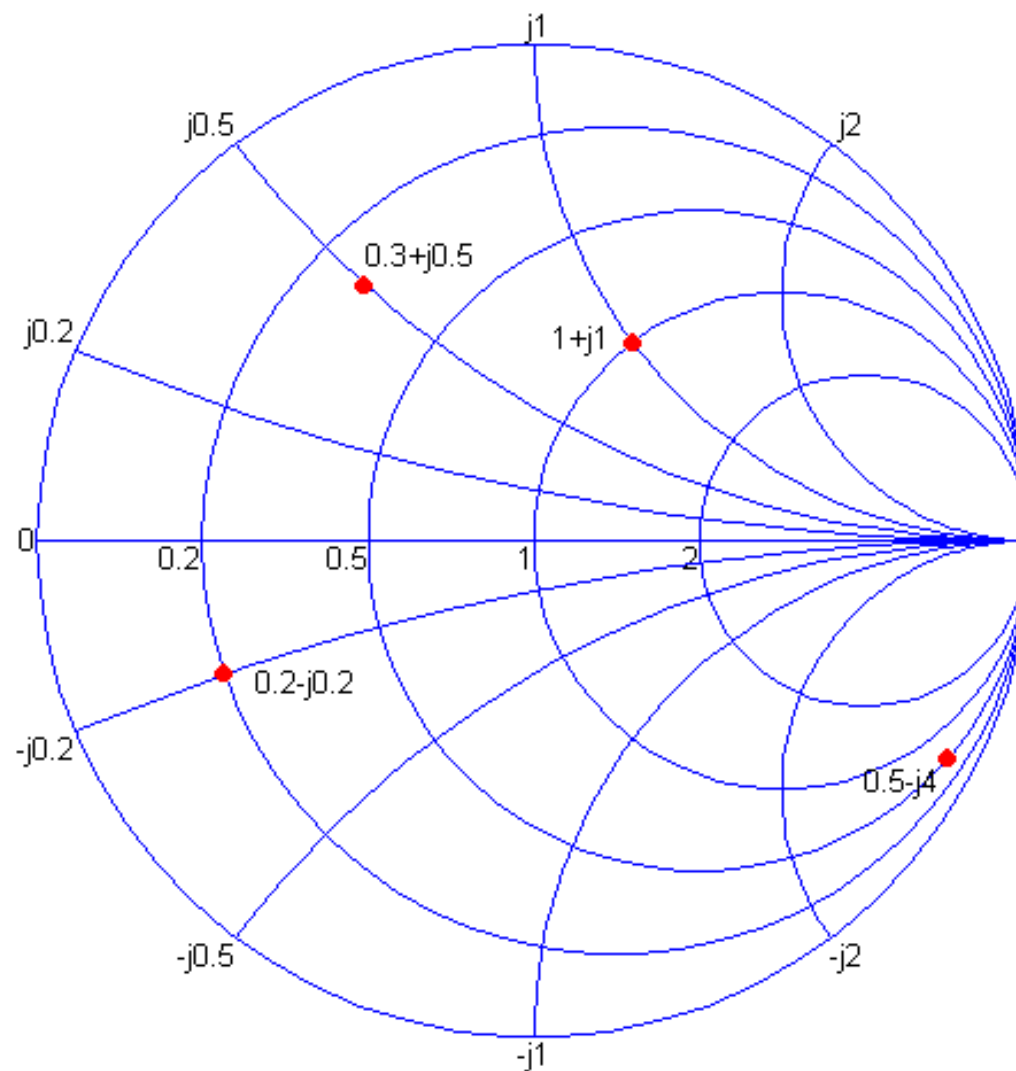
– 如果消掉公式(12)中的 r ，则得到

$$(X-1)^2 + \left(Y - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$

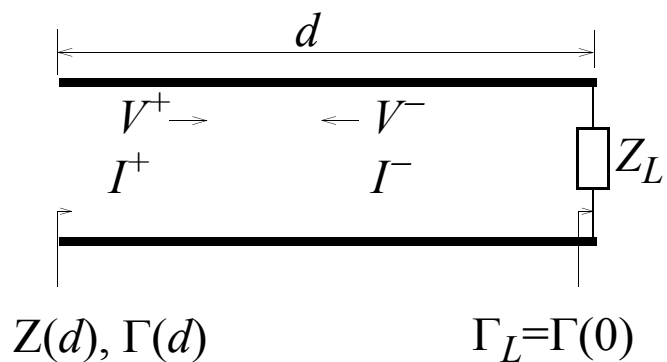
即当阻抗的虚部一定，由实部变化引起的反射系数的改变都落在 Γ 平面上圆心为 $(1, 1/x)$ ，半径为 $1/x$ 的圆周上



- 这样，任意一个阻抗都可以在反射系数平面(圆图)上找到相对应的点



- 更重要的是，可以在圆图上方便地找出沿传输线的阻抗和反射系数变化

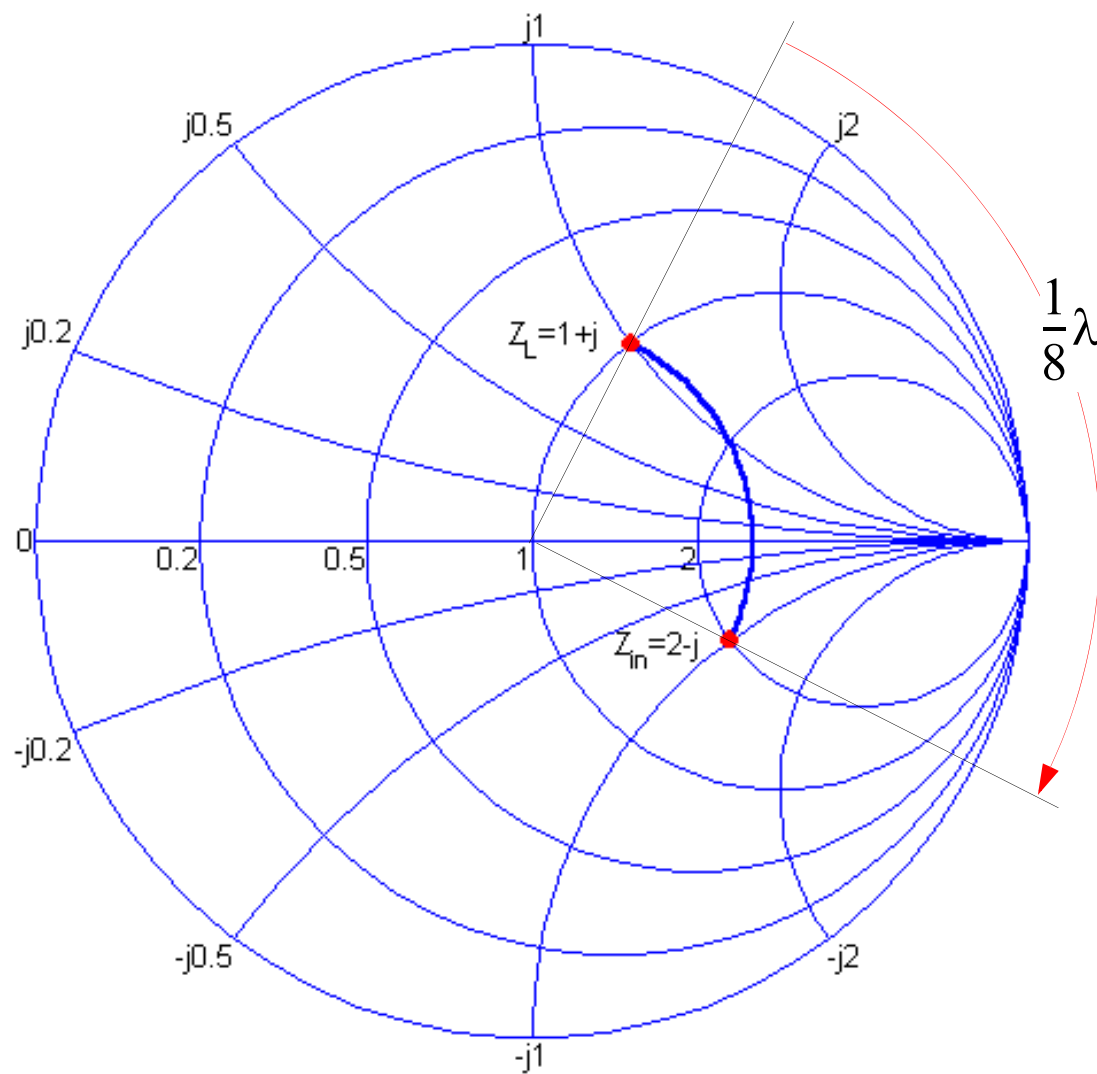


$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

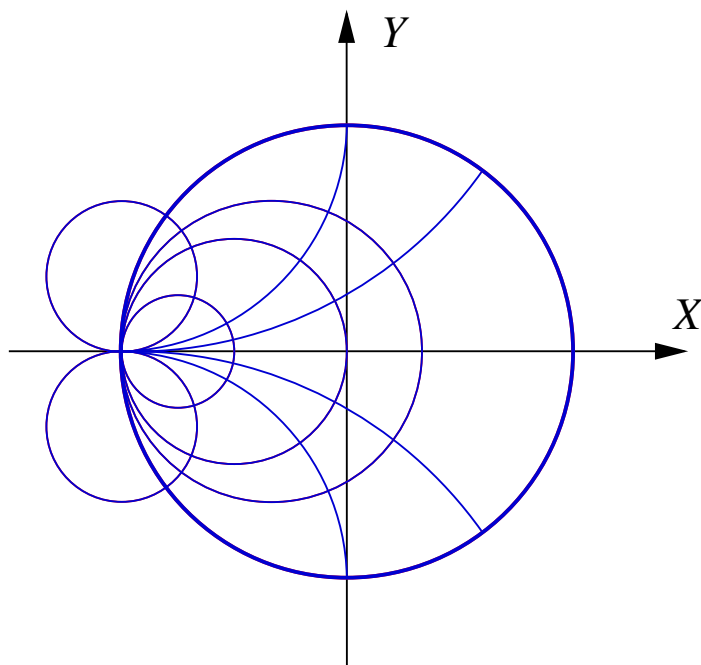
$$\Gamma(d) = \Gamma(0)e^{-2j\beta d}$$

$$= \Gamma(0)e^{-j2\pi\frac{2d}{\lambda}}$$

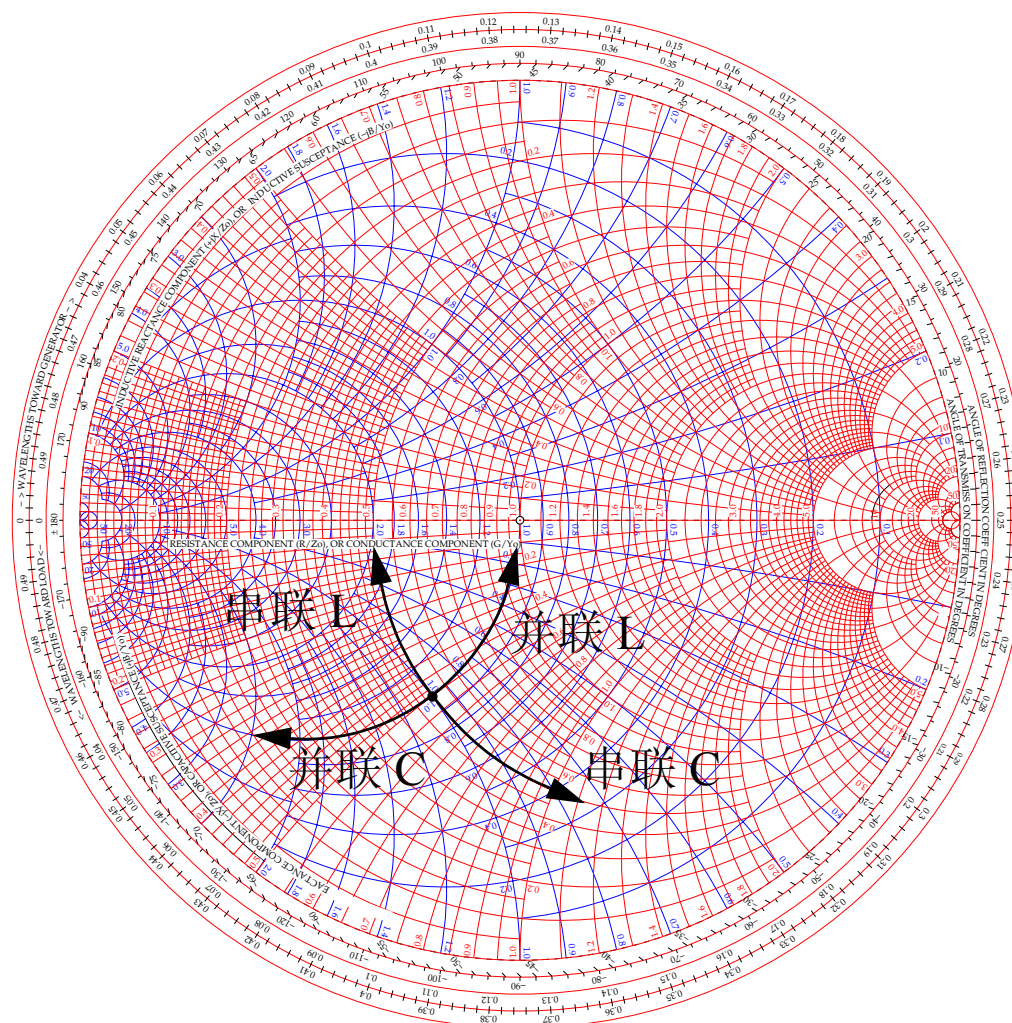
$$\frac{1}{2}\lambda \rightarrow 2\pi$$



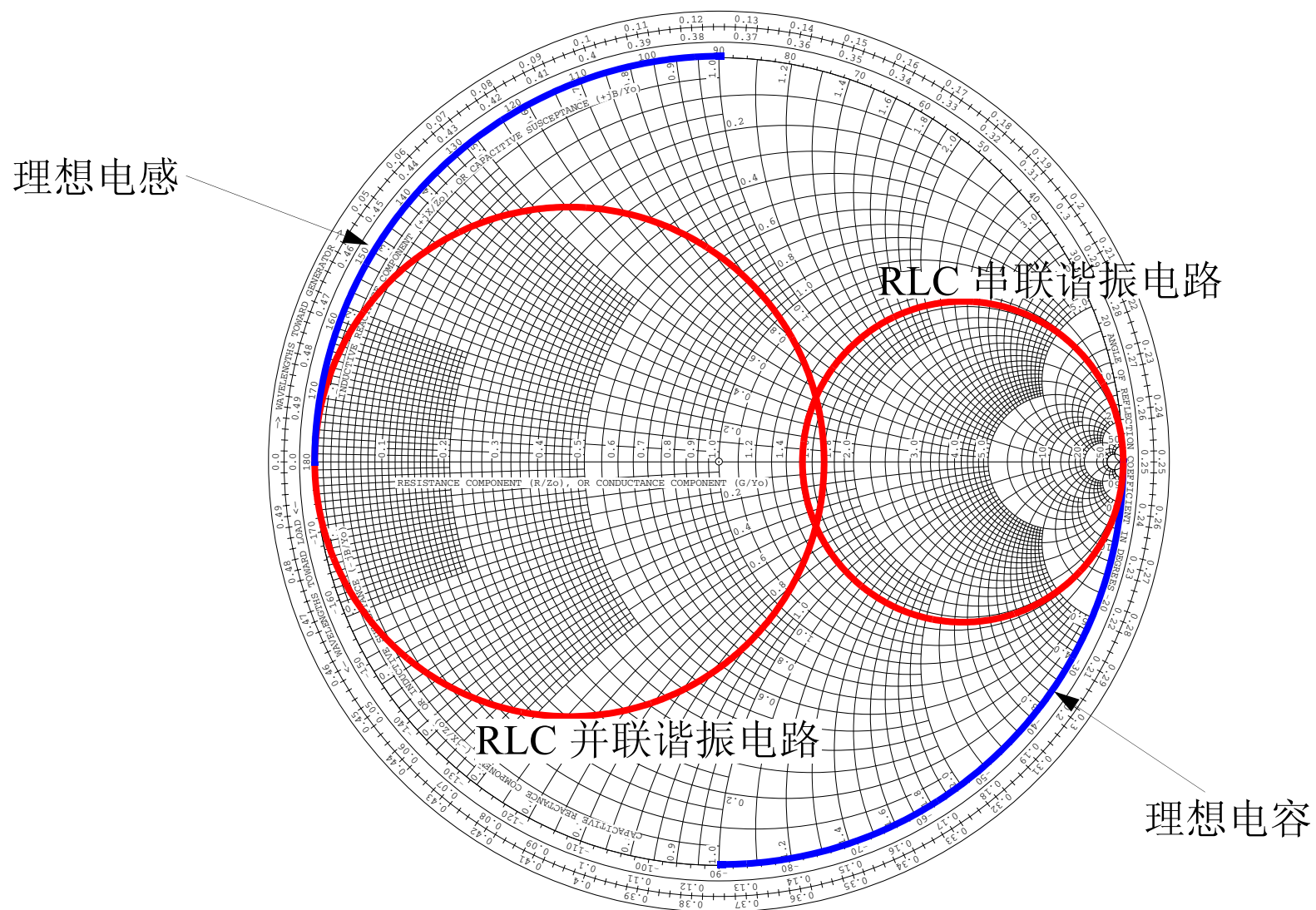
- 同样的，如果反射系数用导纳来表示，也可以在圆图上表示出来，称为导纳圆图。有时候导纳和阻抗圆图也和在一起使用以获得更大的方便



导纳圆图



- 圆图上的频响曲线

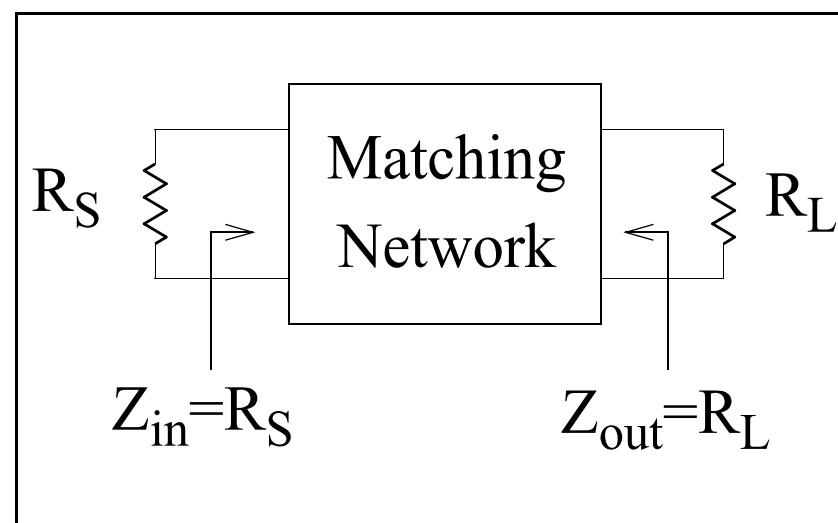


- **Smith Chart 的应用**
 - 读取阻抗、导纳、反射系数、驻波比等
 - LC 和传输线匹配网络设计
 - 微波、射频放大器设计
 - » 噪声系数
 - » 增益
 - » 稳定系数
 - 微波、射频振荡器设计
- **小结**
 - 史密斯圆图是反射系数平面上的阻抗和导纳坐标系
 - 平面直角坐标(反射系数)和圆坐标(阻抗和导纳)的结合使 LC 和传输线电路的计算变得非常直观，在高频放大器设计中有广泛的应用

阻抗变换及匹配：概述

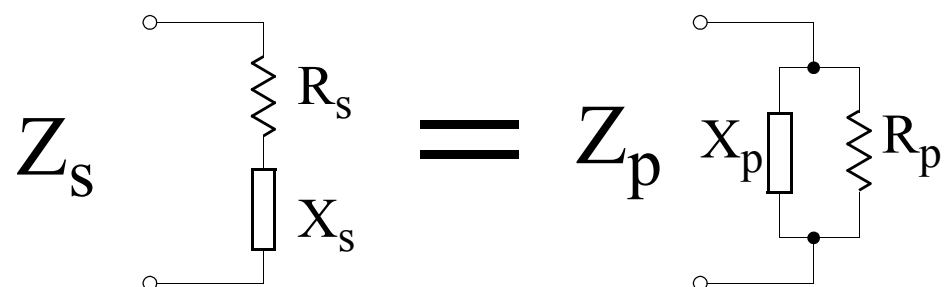
- 为什么要匹配
 - 在传输中获得最大的功率或效率
 - 保证系统具有正确传输特性(例如 LC 滤波器需要匹配负载)
 - 提高信噪比(降低噪声系数)
 - 减少由于反射引起的信号失真
 - 确保电路稳定
 - 为各模块之间提供方便、可靠的连接
- 为什么低频信号不需要匹配(想想弹簧的情况)
 - 从波长与器件/传输线尺寸的关系看, 信号在传输过程中的相位与幅度近似不变
 - 从周期与传输时间上看, 虽然反射仍然存在, 但是在信号的有效周期内将会衰减到可以忽略(极限情况: DC)

- 为什么逻辑电路通常不需要匹配
 - 这是一个能量(或功率、信噪比)与状态的区分问题，与高频模拟电路不同，逻辑电路中所传递的是电平的高低状态
- 两种不同的匹配概念
 - 对传输线阻抗的匹配: $Z_L = Z_0$
 - 对信号源阻抗的匹配: $Z_L = Z_S^*$
- 匹配网络设计的一些考虑
 - 工作频率
 - 带宽或Q值
 - 实现方式和结构
- 阻抗匹配/变换网络的基本形式
 - LC阻抗变换技术
 - 传输线匹配技术
 - 变压器



LC 阻抗变换网络

- 原理：电阻与电抗元件的串并转换



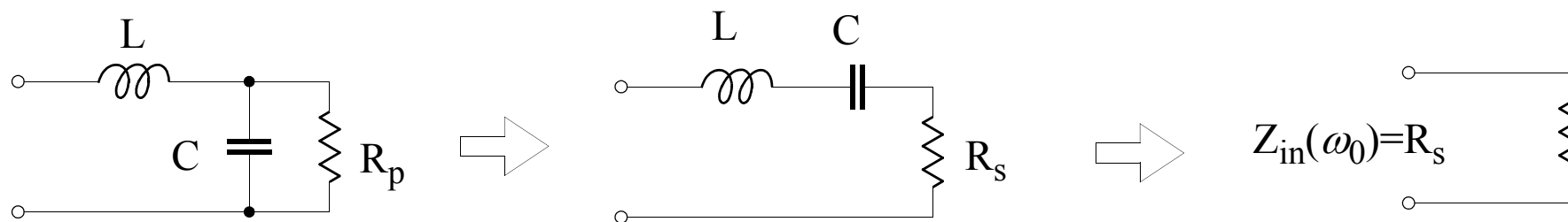
- 串联和并联电路相互等价意味着

$$Z_s = R_s + jX_s = Z_p = \frac{jX_p R_p}{jX_p + R_p} \text{ 以及 } Q = Q_s = Q_p = \frac{R_p}{X_p} = \frac{X_s}{R_s}, \text{ 于是}$$

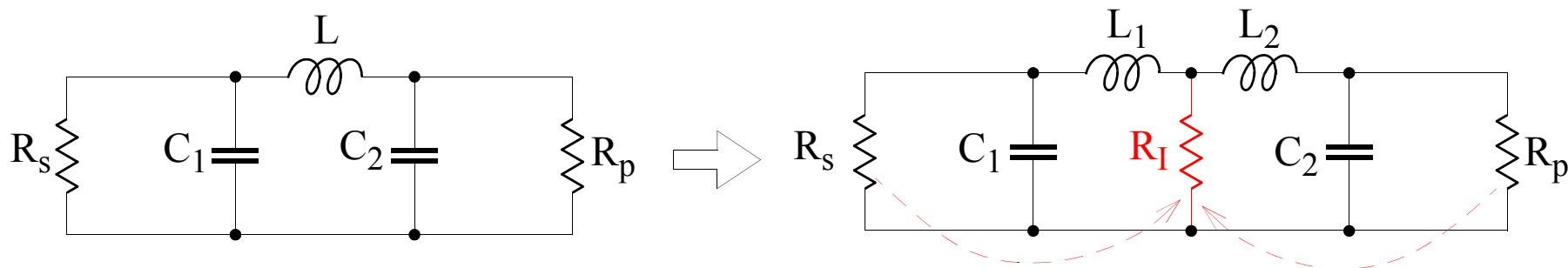
$$X_s = X_p \frac{Q^2}{1 + Q^2} \quad R_s = R_p \frac{1}{1 + Q^2} \quad (13)$$

当 $Q \gg 1$ 时, $X_s \approx X_p$, $R_s \approx R_p / Q^2$, 即等效的电抗值保持不变, 而等效的并联电阻值是等效串联电阻值的 Q^2 倍。通过引入另一个电抗或电纳元件使之与等效的并联或串联电抗谐振, 就可以得到一个纯的等效电阻, 其阻值约为原电阻的 Q^2 倍或 $1/Q^2$ 。

- L-型匹配网络



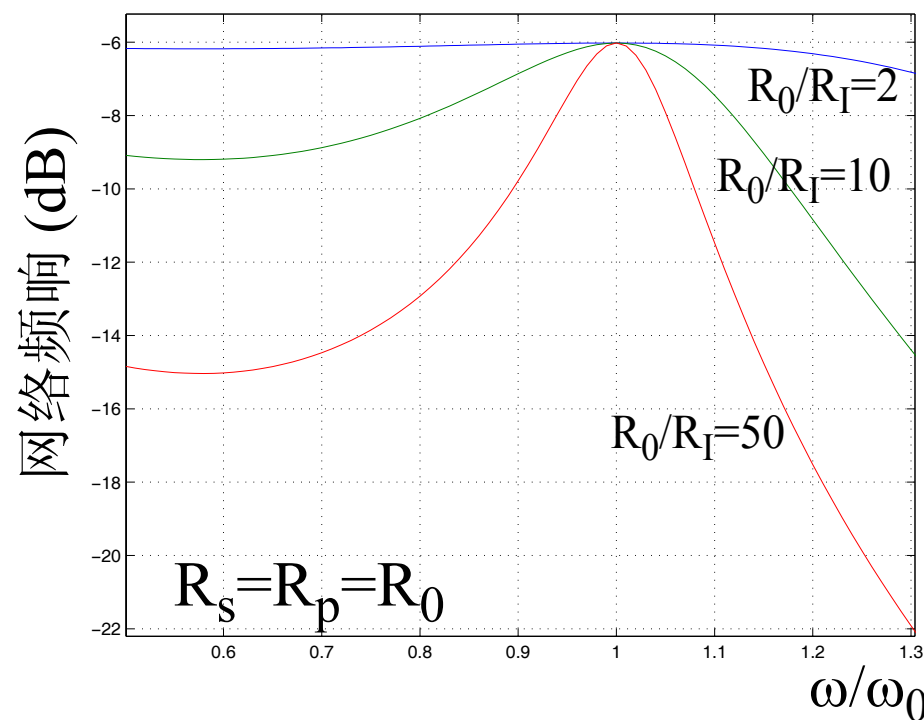
• Π -型匹配网络



- 电阻转换比 R_s/R_p 、中心频率 ω_0 和电路 Q 值这三个参数中的任意两个确定后， L -型网络也就定了下来，通过增加一个元件， Π -型网络可以独立地调节这些参数
- 一个 Π -型网络可以看成两个 L -型子网络的组合， R_s 和 R_p 分别被这两个 L 网络转换成一个中间电阻 R_I (或 R_p 转成 R_I ， R_I 再转成 R_s)，这样，电路的 Q 值就可以用子网络 Q 值来表示

$$Q = \frac{\omega_0(L_1 + L_2)}{R_I} = \sqrt{\frac{R_p}{R_I} - 1} + \sqrt{\frac{R_s}{R_I} - 1} = Q_1 + Q_2$$

可见 Q 值由 R_I 的取值决定，在给定 R_s/R_p ， ω_0 和 Q 的条件下，可先由上式求出 R_I ，继而求出 C_1 ， C_2 及 L 的值。若 $Q_1 \gg 1$ ， $Q_2 \gg 1$ ，上式简化为 $Q \approx \sqrt{R_p/R_I} + \sqrt{R_s/R_I}$ 。



- Π -型网络的另一个优点是各节点的寄生电容可被电路完全利用

• 电容变压器

– 不难得出 $R_p \approx \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1}\right)^2 R_2$

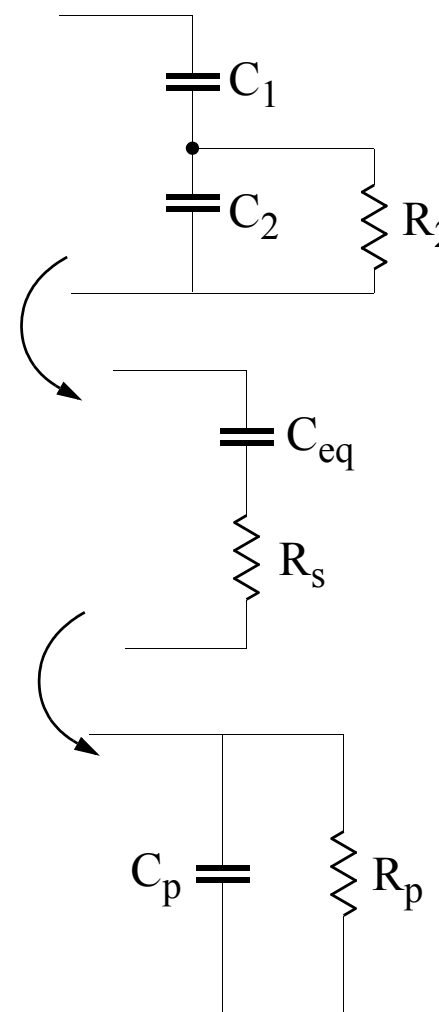
– $Q_2 = R_2 \omega C_2$, $Q = \frac{1}{\omega C_{eq} R_s}$,

给定 ω_0 , Q , R_2 和 R_p , 由

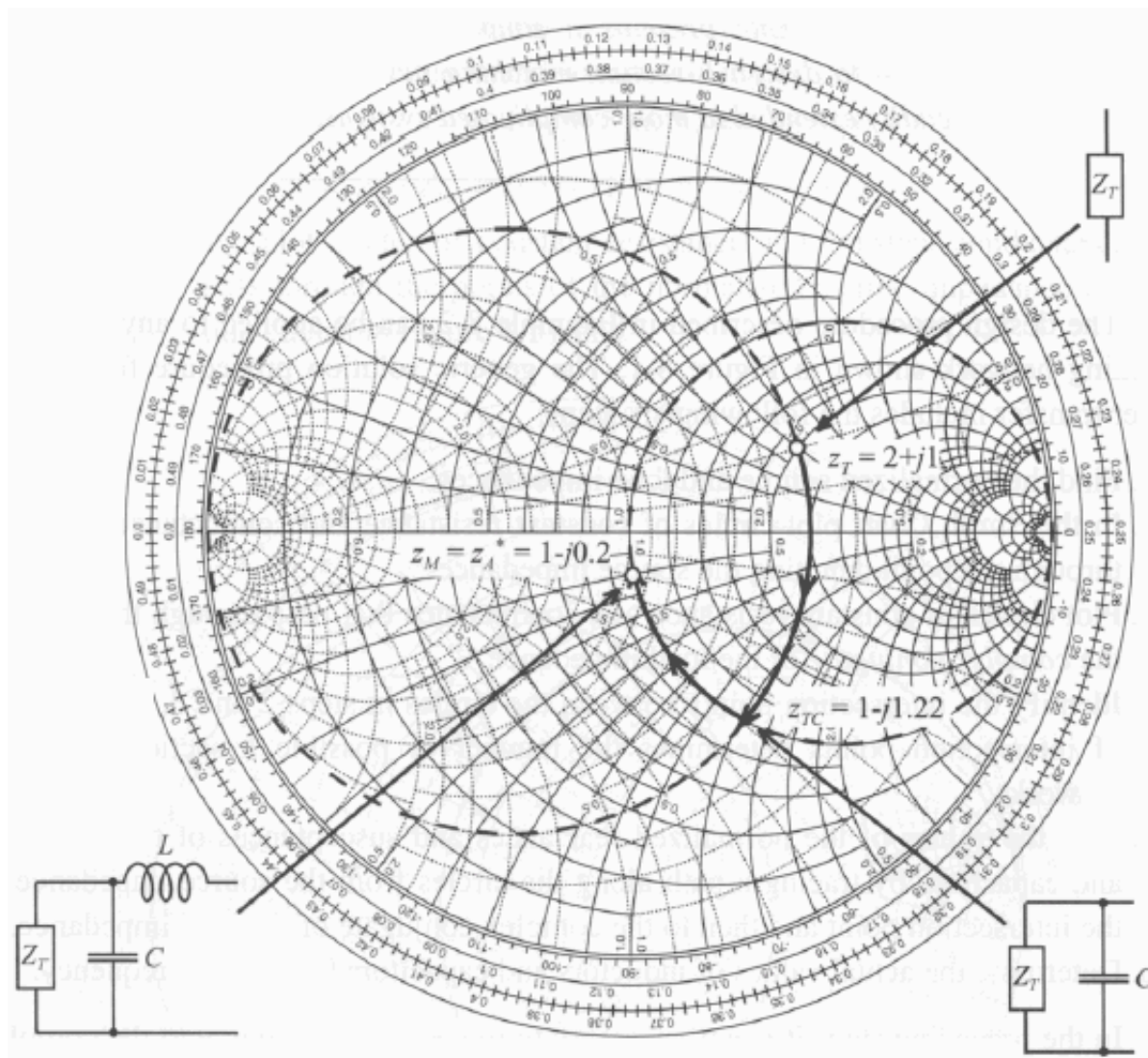
$$R_s = \frac{R_2}{1 + Q_2^2} = \frac{R_p}{1 + Q^2} \text{ 可得}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{R_2}{R_p}(1 + Q^2) - 1}, \quad C_2 = \frac{Q_2}{R_2 \omega_0},$$

$$C_1 = \frac{1 + Q_2^2}{Q Q_2 - Q_2^2} C_2$$



- **Example:** 利用圆图设计 LC 匹配网络

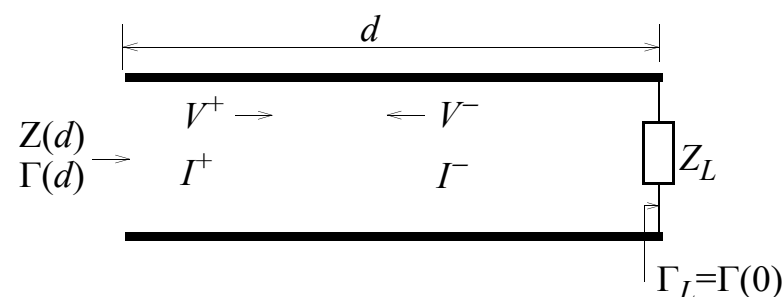


传输线阻抗变换

- 基本原理—传输线对阻抗的改变

$$Z(d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d} \quad (14)$$

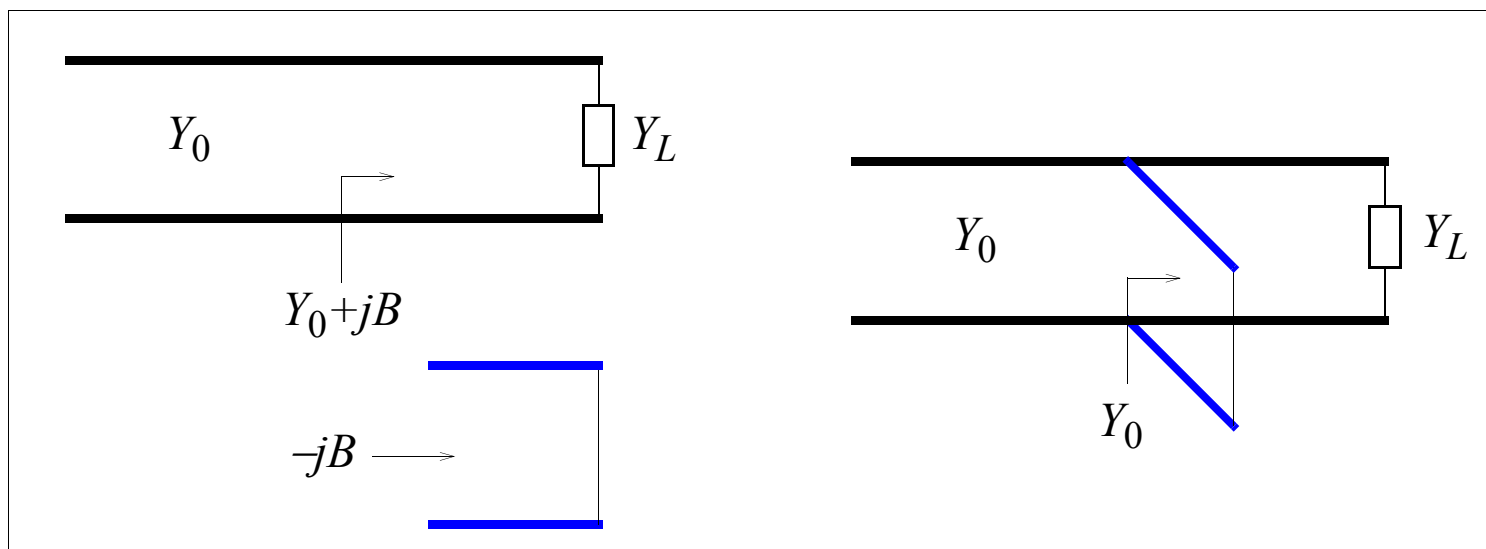
- 短路负载: $Z(d) = jZ_0 \tan \beta d$
- 开路负载: $Z(d) = -jZ_0 \cot \beta d$
- 半波长线 ($d=\lambda/2$): $Z(d) = Z_L$
- 1/4 波长线 ($d=\lambda/4$):



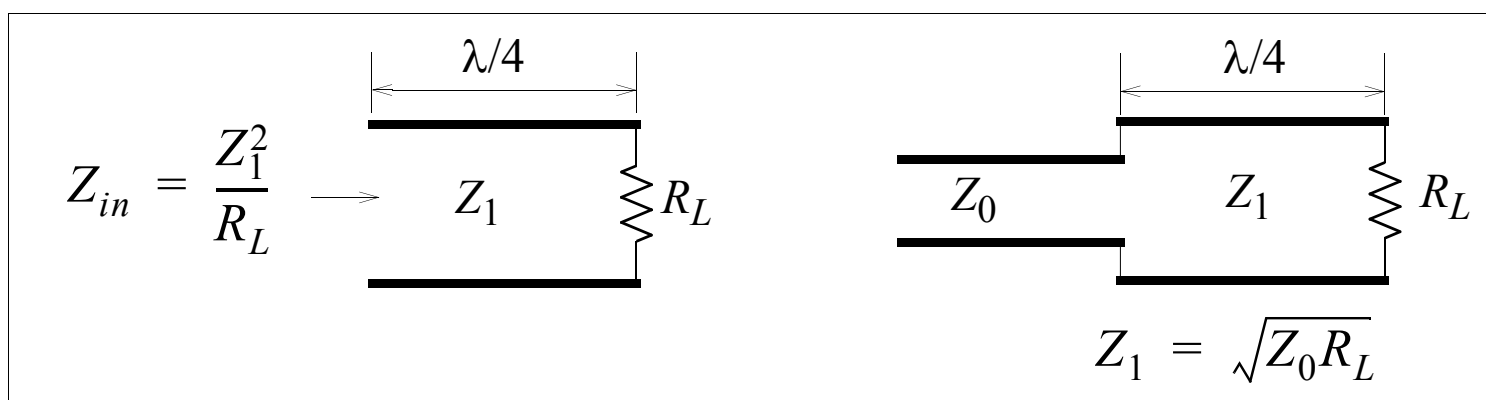
$$Z(d) = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad (15)$$

负载开路时输入端短路，负载短路时输入端开路

- 短截线阻抗变换器 (Stub Tuner)

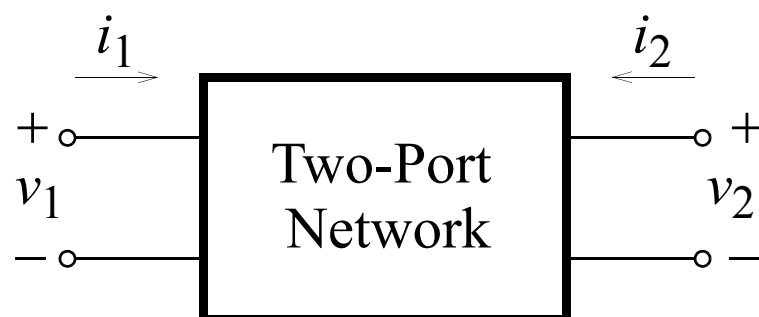


- 1/4 波长阻抗变换线



二端口网络与 S 参数

- 二端口网络是最常见的信号传输系统，包括放大器、滤波器、匹配电路甚至混频器等。描述一个二端口线性网络需要确定其输入输出阻抗、正向和反向传输函数这4个参数。根据不同的需要，人们定义了几套等价的参数来描述二端口网络



- **z -参数**

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad \begin{cases} v_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2 \\ v_2 = z_{21}i_1 + z_{22}i_2 \end{cases} \Rightarrow z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0}$$

- **y -参数**

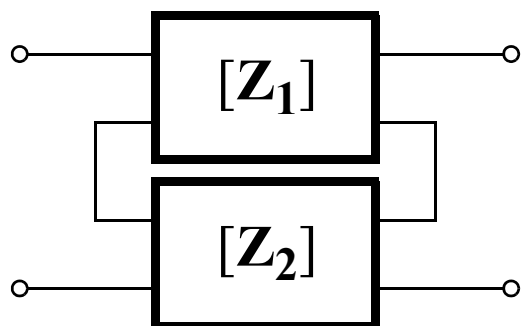
$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Rightarrow y_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2=0}$$

- **h -参数和 ABCD-参数 (级联参数)**

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

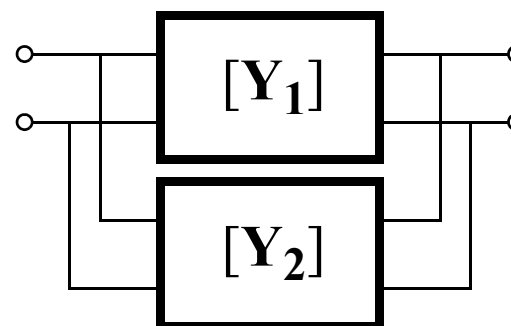
- 哪一个输入阻抗?

- z 、 y 和级联参数的应用情况



串联

$$[Z] = [Z_1] + [Z_2]$$

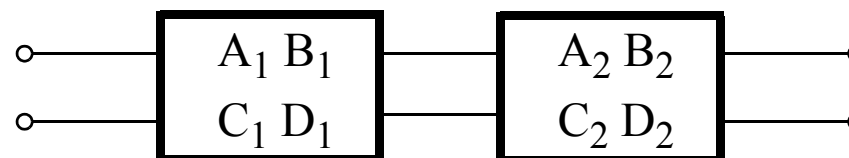


并联

$$[Y] = [Y_1] + [Y_2]$$

级联

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$



- 高频网络参数测量遇到的问题

- 以上这些二端口参数均可在某个端口开路或短路的条件下通过测量端口电压电流的方法获得，但是当信号频率很高时，这种测量方法变得很不实际
- 由于寄生元件的存在，理想的开路和短路很难实现
- 即使可以做到接近理想的开路和短路，电路也很有可能因此而不稳定
- 由于信号以波的形式传播，在不同测量点上幅度和相位都可能不同，这也使得基于电压和电流的测量方法难以应用
- 由于这些问题，人们提出了散射参数 (Scattering Parameters) 的概念

- S-参数 (散射参数)

- 将传输线的入射 (电压) 波和反射波对特征阻抗 Z_0 的平方根归一化，定义如下归一化的入射和反射波 a 和 b :

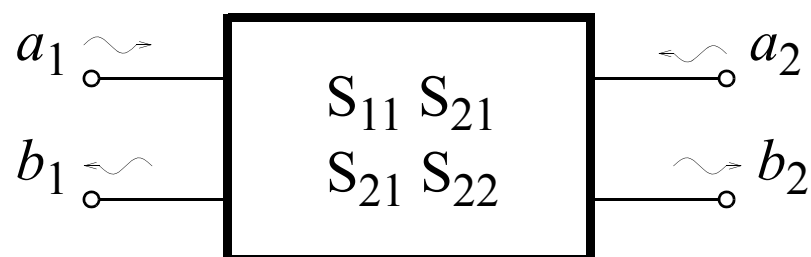
$$a = \frac{V^+}{\sqrt{Z_0}}, \quad b = \frac{V^-}{\sqrt{Z_0}} \quad (16)$$

显然， a 和 b 的平方即为入射和反射波的功率

- 电压反射系数可表示为

$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+} = \frac{b}{a}$$

- 相应的二端口网络的模型为



S-参数定义为

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned} \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

在测量时需要令 a_1 或 a_2 为 0，这可以通过端接匹配负载来实现

- 二端口参数的相互转化

	S	Z	Y	ABCD
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{\Delta Z}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{\Delta Y}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{\Delta Z}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{\Delta Y}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{ Y }$	$\frac{A}{C}$
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{ Y }$	$\frac{AD - BC}{C}$
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{ Y }$	$\frac{1}{C}$
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{ Y }$	$\frac{D}{C}$
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{ Z }$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{ Z }$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{ Z }$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{ Z }$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{ Z }{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{- Y }{Y_{21}}$	C
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D

$|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}; \quad |Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}; \quad \Delta Y = (Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}; \quad \Delta Z = (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}; \quad Y_0 = 1/Z_0$