北京邮电大学 2010 年硕士研究生入学考试试题

考试科目：803 信息与通信工程学科专业综合

第一部分 信号与系统（60 分）

一、填空题（本大题共 10 个空，每空 2 分共 20 分）

1，请判断下列说法是否正确，正确的打√，错误的打×。

(a) 功率信号，一定是周期信号______；(b) 时域满足绝对可积条件的信号，其频域一定是连续频谱______；

(c) 一个频域受限的信号，其时域必为无限信号______。

2，设 $f(t)$ 的频谱函数为 $F(j\omega)$，则 $f\left(-\frac{t}{2}+3\right)$ 的频谱函数等于__________。

3，已知 $u(t)$ 为单位阶跃信号，信号 $f(t)=\int_0^{+\infty}\lambda u(t-\lambda)d\lambda$ 的单边拉普拉斯变换为__________。

4，已知系统函数 $H(s)=\frac{1}{s+1}$，若输入信号 $x(t)=\sin(t)u(t)$，其系统稳态响应 $y(t)$ 为__________。

5，能量有限信号的帕赛瓦尔方程是________________________。

6，已知某周期信号指数形式傅立叶级数为 $\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\pi t}$，该周期信号是____________。

7，设 $f(t)$ 为一有限频宽信号，频带宽度为 BHz，试求 $f(0.25t)$ 的奈奎斯特抽样率 $f_H=$________Hz 和奈奎斯特抽样间隔 $T_N=$________s。

二、画图题（本大题共 2 小题，每小题 10 分共 20 分）

（1）已知信号 $f(t)$ 的幅度谱如图 2-1 所示，大致画出 $f(t)$ 经周期方脉冲（脉宽 $\tau=0.2$，周期 $T_s=0.4$）抽样后的幅度频谱，并注明关键点坐标。

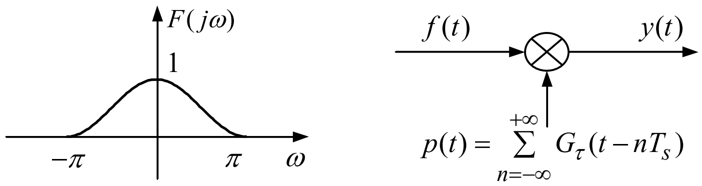


图 2-1

（2）已知离散时间系统的单位样值响应 $h(n)=(0.4)^n u(n)$，试求系统的频率响应，并作出其幅频特性曲线，ω 取 $(0,2\pi)$，判断此系统具有何种滤波器作用。

三、计算题（本大题共 2 小题，每题 10 分共 20 分）

（1）已知图 3-1(a) 系统输入 $f(t)$ 的频谱函数 $F(j\omega)$ 如图 3-1(b) 所示，子系统频率响应 $H(j\omega)=j\,\mathrm{sgn}(\omega)$，求系统的输出 $y(t)$。

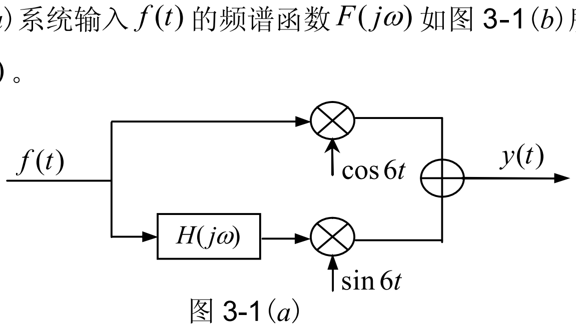


图 3-1(a)

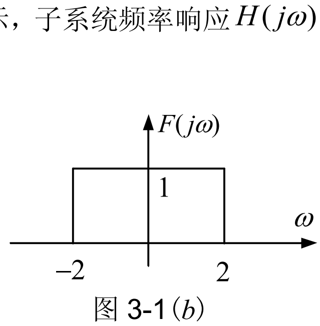


图 3-1(b)

（2）某系统函数 $H(s)=\frac{1}{s^2+3s+2}$，若输入 $x(t)=u(t)$，求出系统的零状态响应 $y(t)$。

第二部分 通信原理(90 分)

四、(12 分)

(1) 已知模拟基带信号 $m(t)$ 是均值为 0，方差为 σ^2 的平稳高斯过程，其 AM 信号表达式为 $s_{AM}(t)=A_c[1+m(t)]\cos 2\pi f_c t$。接收端用包络检波器进行非相干解调。若要求过调制发生的概率不超过 p，求 σ 的最大值。

(2) 在图 4-1 中，$m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ 分别是视频及音频信号，对应的频谱 $M_1(f)$ 和 $M_2(f)$ 示于图 4-2，图中还示出了 VSB 滤波器的传递函数 $H(f)$。已知 $f_1=100MHz$，$f_2-f_1=6.5MHz$，$M_1(f)$ 中包含一个足够大的直流分量。

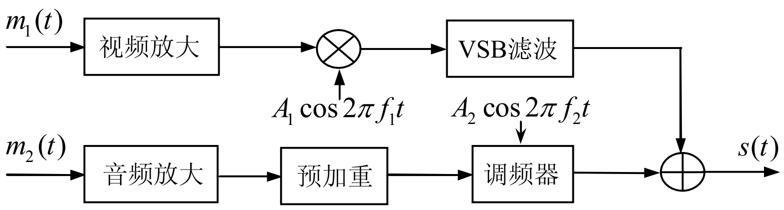


图 4-1

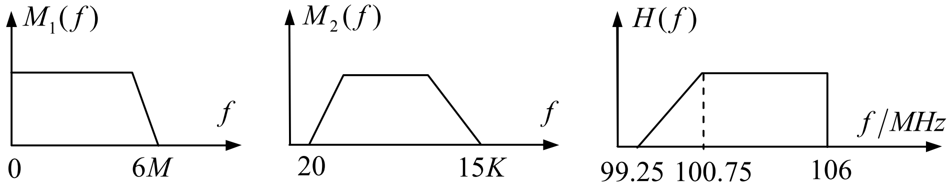


图 4-2

(a) 请画出发送信号 $s(t)$ 的振幅频谱示意图(标上频率坐标)；

(b) 请画出接收端恢复 $m_1(t)$，$m_2(t)$ 的接收框图(要求非相干解调)。

五、(20 分)

(1) 图 5-1 中的 $\{a_n\}$ 是取值 $\{\pm 1\}$ 的独立等概序列，$H(f)$ 所对应的冲击响应 $h(t)$ 见图 5-2。

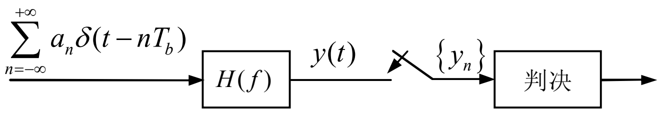


图 5-1

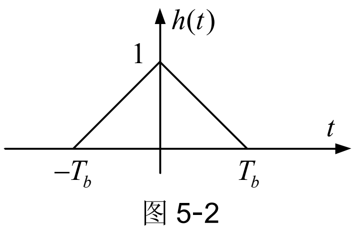


图 5-2

(a) 写出 $y(t)$ 的表达式及其功率谱密度 $P_y(f)$；

(b) 设码元 a_n 对应的采样时刻是 nT_b+t_0，$0\le t_0\le T_b$。t_0 为何值时，采样结果 $y_n=y(nT_b+t_0)$ 中无码间干扰；

(c) 令 $\overline{H}(f)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} H\left(f-\frac{k}{T_b}\right)$，求 $\frac{d\overline{H}(f)}{df}$。

(d) 若 $t_0=0.1T_b$，写出采样值 y_n 的表达式，写出其中码间干扰的各种可能取值及其相应的出现概率。

(2) 图 5-3 示出两个正交的信号 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$。等概发送某个 $s_i(t)$，$i=1,2$，在信道传输中受到加性高斯白噪声 $n_w(t)$ 的干扰，如图 5-4 所示。

(a) 若用匹配滤波器作为最佳解调方案，请画出完整的最佳接收框图，并画出匹配滤波器的冲击响应(写上坐

标)；

(b)若发送 $s_2(t)$，请详细推导错判概率 $p(e\mid s_2)$ 的表达式。

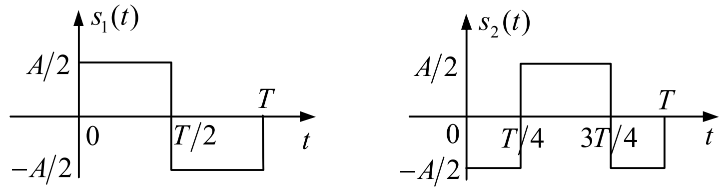


图 5-3

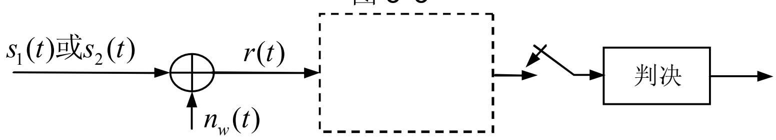


图 5-4

六、(12 分)

一个矩形星座 QAM 信号的产生框图如图 6-1 所示。图中$\{a_n\}$是取值于$\{\pm 1\}$的独立等概序列，速率为 $16Mbps$，$b_{c,k}$，$b_{s,k}$ 取值$\{-3,-1,+1,+3\}$，脉冲成型采用幅度为 1 的矩形脉冲，持续时间等于码元间隔 T_s，载频 $f_c=100MHz$。

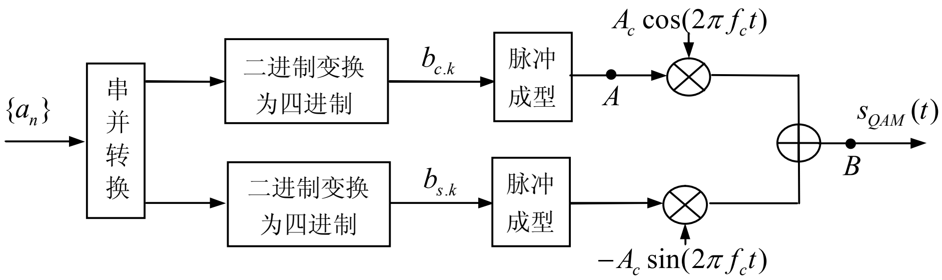


图 6-1

(1) 请画出该 QAM 信号的星座图。

(2) 请写出图 6-1 中 A 点及 B 点的功率谱密度表达式，并画图(标上频率坐标值)。

(3) 此 QAM 信号在 $AWGN$ 信道下的最佳接收框图如图 6-2 所示，图中接收信号 $r(t)=s_k(t)+n_w(t)$，$s_k(t)$ 是星座图上的第 k 个星座点 $s_k=(b_{c,k},b_{s,k})$ 对应的发送信号，$n_w(t)$ 是高斯白噪声。

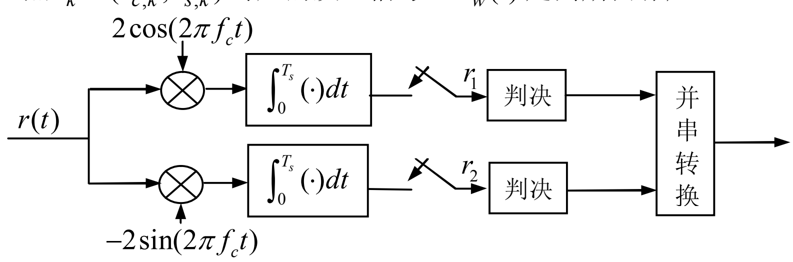


图 6-2

(a)请推导出发送 $s_k=(b_{c,k},b_{s,k})$ 条件下，接收向量 $r=(r_1,r_2)$ 的表达式，求出每个分量 r_1,r_2 在发送 s_k 条件下的均值及方差；

(b)请在 r 所在平面上，画出星座点 $s_1=(+1,+1)$ 所对应的判决域；

(c)请推导出发送 $s_1=(+1,+1)$ 条件下的判决错误概率 $p(e\mid s_1)$ 公式。

七、(10 分)

(1) 设独立平稳序列$\{a_n\}$是计算机输出的指令序列，每个指令 a_n 有 4 种不同，可由码字 00，01，10，11 分别表示，对应的出现概率分别是 0.4，0.25，0.25，0.1。

(a) 若对 $\{a_n\}$ 采用最佳理想信源编码，请计算编码后平均每条指令所对应的编码长度(比特/指令)；

(b) 若对每个 a_n 逐一进行哈夫曼编码，请写出编码结果，并求出编码后平均每条指令所对应的编码长度(比特/指令)；

(2) 图 7-1 中有两个最高频率都是 f_H 的模拟基带信号 $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$，他们的取值都在 $[-A_m, A_m]$ 内均匀分布。在每个采样间隔 T_s 内，每个 PCM 编码器对各自的模拟基带信号进行采样，然后将这个样值均匀量化，并编为二进制码字，于此同时，在每个采样间隔 T_s 内，同步脉冲也会产生 1 比特同步信息。这些数据经过时分复用后进行 $QPSK$ 调制传输，$QPSK$ 调制采用了滚降因子为 $\alpha = 0.5$ 的升余弦频谱成型，信道带宽是 $90KHz$。若要求 PCM 的量化信噪比为 $42dB$，请求出每路模拟信号的最高频率 f_H 值。

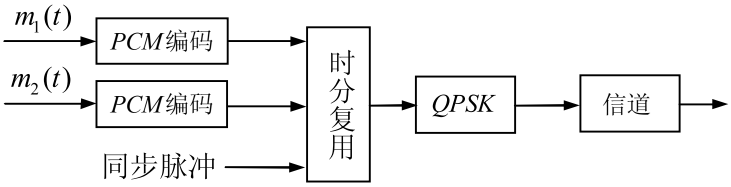


图 7-1

八、(10 分)

对于图 8-1 所示的二进制对称信道，令 $P(0)$ 和 $P(1)$ 分别表示发送二进制符号"0"和"1"的概率。已知信道的转移概率 $P(Y=1|X=0) = P(Y=0|X=1) = p$。

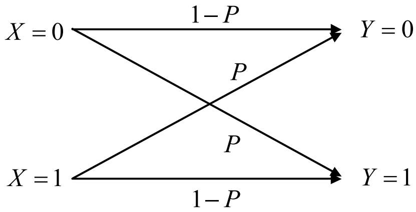


图 8-1

(1) 请推导出信道输出 Y 的熵表达式；

(2) 请推导出条件熵 $H(Y|X)$ 的表达式；

(3) 若 $P(0) = P(1)$，求互信息 $I(X;Y)$。

九、(15 分)

(1) 已知某(7,4)线性分组码的生成矩阵为

$$G=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) 将 G 转化成为系统形式(要求：只能行变换，信息位在左)。

(b) 写出对应的典型监督矩阵 H。

(c) 求接收向量 $r = \begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$ 的伴随式、可纠正的错误图案、译码结果。

(2) 有一 $(15,11)$ 循环码，其生成多项式 $g(x) = x^4 + x + 1$。若输入的信息分组为 $u = (10010010010)$，请写出对应的系统码编码结果。

(3) 图 9-1 是某卷积码的网格图，图中圆圈中的数字代表卷积码的状态，带箭头的实线和虚线分别代表编码器输入为 0 和 1 时的状态转移，其旁边的数字代表对应的编码器输出(图中未全部标出)。请画出该卷积码的

原理框图。

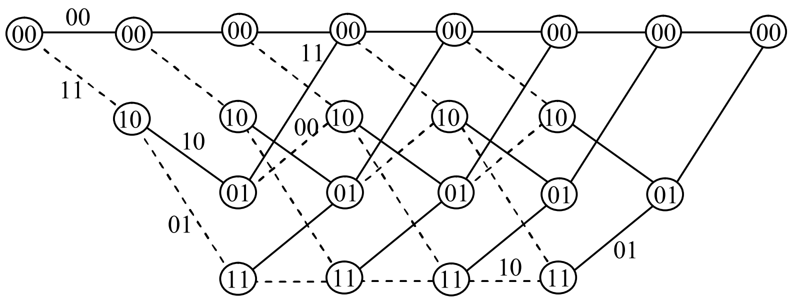


图 9-1

十、（11 分）

(1) 一个四级线性反馈移位寄存器如图 10-1 所示，寄存器的初始状态为 $\{a_3a_2a_1a_0\}=\{0001\}$。

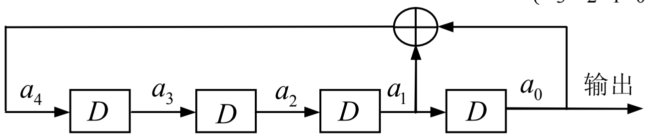


图 10-1

(*a*) 请写出此 *m* 序列的特征多项式；

(*b*) 请写出移位寄存器的输出序列 $(a_0a_1\cdots)$；

(2) 在图 9-2 所示的二进制直接序列扩频通信系统中，$d(t)=\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty}d_kg(t-kT_b)$ 是速率为 $R_b=1/T_b$ 的双极性不归零信号，d_k 是以独立等概方式取值于 $\{\pm1\}$ 的数据序列；$g(t)$ 在 $[0,T_b]$ 内取值为 1，此外为 0。$c(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}c_ng_c(t-kT_c)$ 是幅度为 ±1 的扩频信号，它是由 *m* 序列 $\{c_n\}$ 作为扩频码形成的双极性不归零信号，码片成形脉冲 $g_c(t)$ 是幅度为 1，持续时间为 $T_c=T_b/N$ 的矩形脉冲。

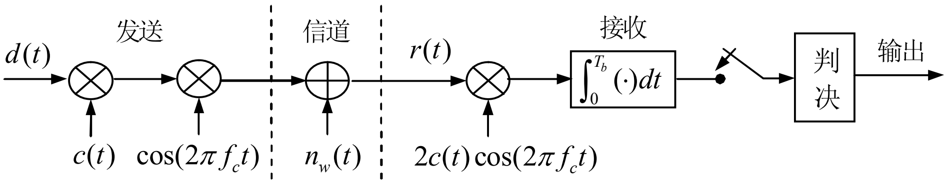


图 10-2

(*a*) 考虑在区间 $[0,T_b]$ 内发送的符号 d_0，请推导出相关器输出的抽样值 *y* 中的信号功率与噪声功率之比；

(*b*) 当 $c(t)=1$ 时，图中系统退化为普通的非扩频 *BPSK* 系统，请推导出此时相关器输出 *y* 中的信噪比。

附录：

AWGN 表示加性高斯白噪声，$n_w(t)$ 表示双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的加性高斯白噪声

T_b 表示比特间隔；T_s 表示符号间隔或者采样间隔；T_c 表示码片间隔

$erfc(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^\infty e^{-t^2}dt$，其反函数为 $erfc^{-1}(z)$

$\mathrm{sgn}(x)$ 表示符号函数

$\log_2 10\approx\frac{1}{0.3}$、$\log_{10}2\approx0.3$

$Sa(x)=\frac{\sin x}{x}$，$\mathrm{sinc}(x)=\frac{\sin\pi x}{\pi x}$

北京邮电大学 2010 年 803 试题参考答案

（本参考答案由雪山灰虎整理，发布于 2011 年 11 月 24 日。答案中可能存在小问题，将不定期勘误及发布更新，请注意到灰虎网 www.bytxyl.cn 查看是否有更晚发布的版本。）

一、

1、(1)×；(2)√；(3)√　　2、$2F(-2\omega)e^{j-6\omega}$　　3、$1/s^3$　　4、$y(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}sin(t-45^\circ)u(t)$

5、$E=\int_{-\infty}^{\infty}\left|h(t)^2\right|dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F(\omega)^2\right|d\omega$ 或 $E=\int_{-\infty}^{\infty}\left|h(t)^2\right|dt=\int_{-\infty}^{\infty}\left|F(f)^2\right|df$　　6、$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{jn\pi t}=2\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-2n)$

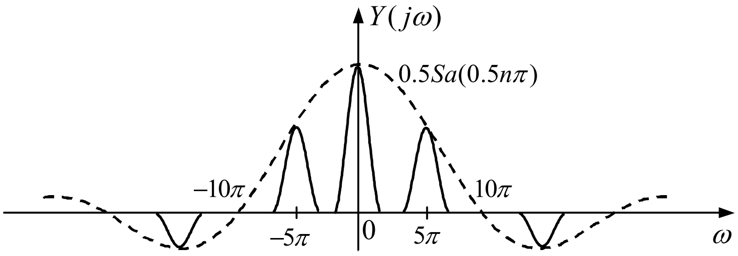
7、$B/2\,Hz$，$2/B\,s$。

二、

(1) $Y(\omega)=\frac{1}{2\pi}F(\omega)*P(\omega)=\frac{1}{2\pi}F(\omega)*2\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}P_n\delta(\omega-n\omega_1)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}P_nF(\omega-n\omega_1)$

其中 $P_n=\frac{1}{T_s}G(\omega)\big|_{\omega=n\omega_1}=0.5Sa(0.1n\omega_1)$，$\omega_1=\frac{2\pi}{T_s}=5\pi$

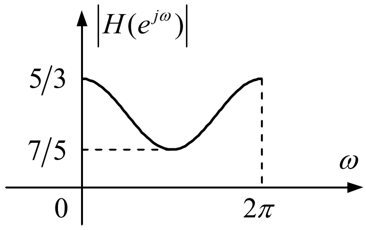
$\therefore Y(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}0.5Sa(0.1n\omega_1)F(\omega-n\omega_1)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}0.5Sa(0.5n\pi)F(\omega-5n\pi)$



(2) $H(z)=\frac{z}{z-0.4}$，$|z|>0.4$，$H(\omega)=\frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega}-0.4}=\frac{1}{(1-0.4\cos\omega)+j0.4\sin\omega}$

$|H(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1.16-0.8\cos\omega}}$，$|H(0)|=\frac{1}{\sqrt{1.16-0.8}}=\frac{5}{3}$，$|H(\pi)|=\frac{1}{\sqrt{1.16+0.8}}=\frac{7}{5}$

系统函数的图形如下所示，易知为低通滤波器特性。



三、

(1) $y(t)=f(t)\cos 6t+\left[f(t)*h(t)\right]\sin 6t$，$Y(j\omega)=\left[u(\omega+8)-u(\omega+6)\right]+\left[u(\omega-6)-u(\omega-8)\right]$

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}Y(\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi}\left[\int_{-8}^{-6}e^{j\omega t}d\omega+\int_{6}^{8}e^{j\omega t}d\omega\right]=\frac{1}{j2\pi t}e^{j\omega t}\Big|_{-8}^{-6}+\frac{1}{jt}e^{j\omega t}\Big|_{6}^{8}$$

$$=\frac{1}{j2\pi t}\left[e^{-j6t}-e^{-j8t}+e^{j8t}-e^{j6t}\right]=\frac{1}{j2\pi t}\left[2j\sin 8t-2j\sin 6t\right]=\frac{2}{\pi t}\cos 7t\sin t=\frac{2}{\pi}Sa(t)\cos 7t$$

或者 $Y(j\omega)=G_2(\omega+7)+G_2(\omega-7)=2\times\frac{1}{2\pi}G_2(\omega)*\pi\left[\delta(\omega+7)+\delta(\omega-7)\right]$

$\because \frac{1}{\pi}G_2(t)\Leftrightarrow\frac{2}{\pi}Sa(\omega)$，由对称性 $\frac{2}{\pi}Sa(t)\Leftrightarrow 2\pi\times\frac{1}{\pi}G_2(-\omega)=2G_2(\omega)$，即 $\frac{1}{\pi}Sa(t)\Leftrightarrow G_2(\omega)$

$\therefore\ y(t)=\dfrac{2}{\pi}Sa(t)\cos 7t$

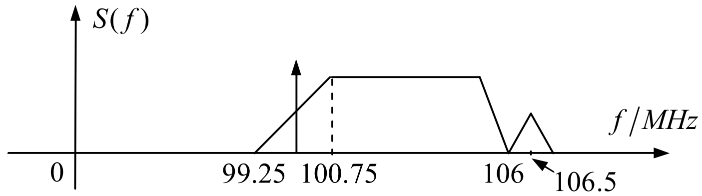
(2) $Y(s)=H(s)X(s)=\dfrac{1}{s^2+3s+2}\cdot\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{s}+\dfrac{-1}{s+1}+\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{s+2}$

$\therefore\ y(t)=\left(\dfrac{1}{2}-e^{-t}+\dfrac{1}{2}e^{-2t}\right)u(t)$

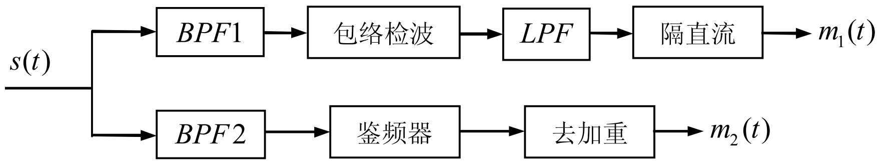
四、

(1) $P[m(t)<-1]=\dfrac{1}{2}erfc\sqrt{\dfrac{1}{2\sigma^2}}\le p$，$\therefore\ \sigma^2\le\dfrac{1}{2\left[erfc^{-1}(2p)\right]^2}$，$\therefore\ \sigma$ 最大可取 $\dfrac{1}{\sqrt{2}erfc^{-1}(2p)}$

(2) (a) 信号 $s(t)$ 的频谱图如下所示：



(b) 系统非相干解调框图如下，其中 $BPF1$ 的范围是 $99.25\sim106MHz$，$BPF2$ 的范围是 $106\sim107MHz$。LPF 的频率范围是 $0\sim6MHz$。



五、

(1) (a) $y(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}a_n\delta(t-nT_b)*h(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}a_nh(t-nT_b)$

$\because\ a_n$ 独立等概取值为 ±1，$\therefore\ E[a_n]=0, D[a_n]=1$

$P_y(f)=\dfrac{1}{T_b}\left|H(f)\right|^2=\dfrac{1}{T_b}\left|T_b\,\mathrm{sinc}^2(T_bf)\right|^2=T_b\,\mathrm{sinc}^4(T_bf)$

(b) $y_n=y(nT_b+t_0)=\sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}a_mh(nT_b+t_0-mT_b)=\cdots+a_{n-1}h(T_b+t_0)+a_nh(t_0)+a_{n+1}h(-T_b+t_0)+\cdots$

为使 $h(T_b+t_0)=h(-T_b+t_0)=0$，得 $t_0=0$。

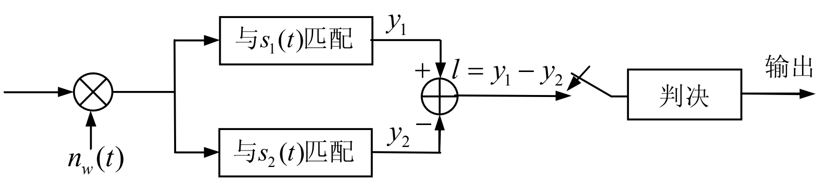
(c) $\because\ h(nT_b)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\ne0\end{cases}$，$\therefore$ 该系统对码元速率为 $1/T_b$ 的序列无码间干扰

即 $\overline{H}(f)=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}H(f-\dfrac{n}{T_b})=C$，$\therefore\ \dfrac{d\overline{H}(f)}{df}=0$

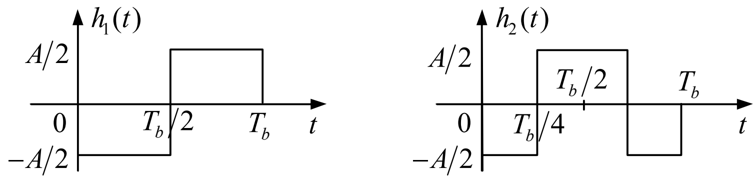
(d) $t_0=0.1T_b$ 时，$y_n=a_nh(0.1T_b)+a_{n+1}h(-0.9T_b)$

所以 ISI 的可能取值为 -0.1 和 $+0.1$，其概率各为 0.5。

(2) (a)



其中与 $s_1(t)$ 匹配的系统函数记为 $h_1(t)$，与 $s_2(t)$ 匹配的系统函数记为 $h_2(t)$。



(b) $y_1=\int_0^{T_b}\left[s_2(t)+n_w(t)\right]s_1(t)dt=Z_1$， $y_2=\int_0^{T_b}\left[s_2(t)+n_w(t)\right]s_2(t)dt=E_b+Z_2$，其中 $E_b=\dfrac{A^2T_b}{4}$

$l=y_1-y_2=-E_b+Z_1-Z_2$，其中 $E\left[Z_1-Z_2\right]=0$， $D\left[Z_1-Z_2\right]=E\left[Z_1^2\right]-2E\left[Z_1Z_2\right]+E\left[Z_2^2\right]$

其中 $E\left[Z_1^2\right]=E\int_0^{T_b}\int_0^{T_b}n_w(t_1)s_1(t)n_w(t_2)s_1(t_2)dt_1dt_2=\dfrac{N_0}{2}\int_0^{T_b}s_1^2(t)dt=\dfrac{N_0E_b}{2}$， $E\left[Z_2^2\right]=\dfrac{N_0E_b}{2}$

$E\left[Z_1Z_2\right]=E\int_0^{T_b}\int_0^{T_b}n_w(t_1)s_1(t)n_w(t_2)s_2(t_2)dt_1dt_2=\dfrac{N_0}{2}\int_0^{T_b}s_1(t)s_2(t)dt=0$

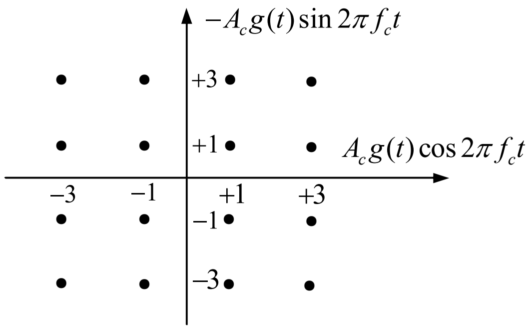
$\therefore E\left(l\,|\,s_2\right)=-E_b$， $D\left[l\,|\,s_2\right]=D\left[Z_1-Z_2\right]=2\sigma^2=N_0E_b$

$\therefore p\left(l\,|\,s_2\right)\sim N(-E_b,N_0E_b)$

$\therefore p\left(e\,|\,s_2\right)=p\left(l>0\,|\,s_2\right)=\dfrac{1}{2}erfc\sqrt{\dfrac{E_b}{2N_0}}=\dfrac{1}{2}erfc\sqrt{\dfrac{A^2T_b}{8N_0}}$

六、

(1) 星座图如下所示：



(2) A 点为一独立等概取值于 $\{-3,-1,+1,+3\}$ 的四进制序列，设为 a_n，则：

$E\left[a_n\right]=0$， $D[a_n]=E\left[a_n^2\right]=\dfrac{1}{4}\left[3^2+1^2+1^2+3^2\right]=5$， $1/T_s=4M$

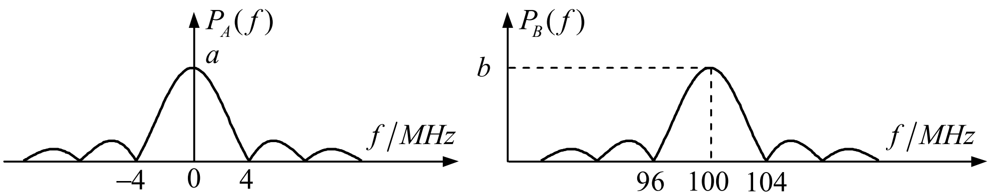
$\therefore P_A(f)=\dfrac{5}{T_s}\left|G(f)\right|^2=\dfrac{5}{T_s}\left|T_s\,\mathrm{sinc}(fT_s)e^{-j\pi fT_s}\right|^2=5T_s\,\mathrm{sinc}^2(fT_s)$

设 A 点信号与载波相乘后的输出点为 C 点，则：

$P_c(f)=\dfrac{A_c^2}{4}\left[P_A(f-f_c)+P_A(f+f_c)\right]=\dfrac{5A_c^2T_s}{4}\left\{\mathrm{sinc}^2\left[(f-f_c)T_s\right]+\mathrm{sinc}^2\left[(f+f_c)T_s\right]\right\}$

$\because$ 上支路与下支路相互正交，$\therefore P_B(f)=2P_C(f)=\dfrac{5A_c^2T_s}{2}\left\{\mathrm{sinc}^2\left[(f-f_c)T_s\right]+\mathrm{sinc}^2\left[(f+f_c)T_s\right]\right\}$

A、B 两点的功率谱密度如下所示，其中 $a=5T_s$， $b=\dfrac{5A_c^2T_s}{2}$。



(3) $s_k(t)=b_{c,k}A_c g(t)\cos 2\pi f_c t-b_{s,k}A_c g(t)\sin 2\pi f_c t$

(a) $r_1=\int_0^{T_s} r(t)\cdot 2\cos 2\pi f_c t dt=\int_0^{T_s} 2b_{c,k}A_c g(t)\cos^2 2\pi f_c t dt+Z_1=b_{c,k}A_c T_s+Z_1$

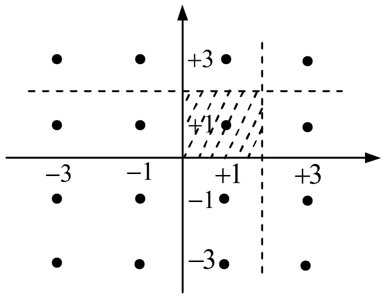
$r_2=\int_0^{T_s} r(t)\cdot(-2)\sin 2\pi f_c t dt=\int_0^{T_s} 2b_{s,k}A_c g(t)\sin^2 2\pi f_c t dt+Z_2=b_{s,k}A_c T_s+Z_2$

其中 $Z_1=\int_0^{T_s} n_w(t)\cdot 2\cos 2\pi f_c t dt$， $Z_2=\int_0^{T_s} n_w(t)\cdot(-2)\sin 2\pi f_c t dt$

且 $E[Z_1]=E[Z_2]=0$， $D[Z_1]=D[Z_2]=\dfrac{N_0}{2}\int_0^{T_s}\left(2\cos 2\pi f_c t\right)^2 dt=N_0 T_s$

∴ $E[r_1|s_k]=b_{c,k}A_c T_s$， $E[r_2|s_k]=b_{s,k}A_c T_s$， $D[r_1|s_k]=D[r_2|s_k]=N_0 T_s$

(b) 下图中两条虚线与两坐标轴所围区域即为 $r(+1,+1)$ 的判决域。



(c) 两个支路可以看成两个相互独立的 4ASK 调制，上支路判错的概率为：

$$P(e_1|s_1)=P(r_1<0|s_1)+P(r_1>2|s_1)=\frac{1}{2}erfc\sqrt{\frac{\left(A_c T_s\right)^2}{2N_0 T_s}}+\frac{1}{2}erfc\sqrt{\frac{\left(A_c T_s\right)^2}{2N_0 T_s}}=erfc\sqrt{\frac{A_c^2 T_s}{2N_0}}=p$$

同理下支路判错的概率为： $P(e_2|s_1)=erfc\sqrt{\dfrac{A_c^2 T_s}{2N_0}}=p$

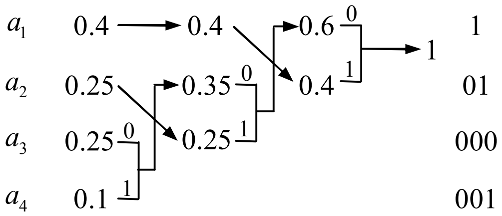
所以总的判错概率为： $P(e|s_1)=1-(1-p)(1-p)=2p-p^2$

七、

(1) (a) 理想编码后平均码长即为信源的信息熵

$$\begin{aligned}H(x)&=0.4\log_2\frac{10}{4}+0.25\log_2 4+0.25\log_2 4+0.1\log_2 10\\&=0.4\log_2 10-0.4\times 2+0.25\times 2+0.25\times 2+0.1\log_2 10\\&=0.2+0.5\log_2 10=0.2+0.5\times 0.33=1.87\,bit/symbol\end{aligned}$$

(b)



平均码长 $\overline{R}=0.4\times 1+0.25\times 2+0.25\times 3+0.1\times 3=1.95\,bit/symbol$

(2) 设量化级数为 M，则 $M^2=42dB\approx 16384=2^{14}$

∴每个样值编码长度为 7。考虑到每个样值要加入一位帧同步信息，所以每次抽样编码为 15 位。

设最高频率为 f_H，则 $QPSK$ 符号速率为 $R_s=f_H\times 2\times 15/2=15f_H$

由 $\frac{R_s}{W}=\frac{1}{1+\alpha}$ 得 $\frac{15f_H}{90K}=\frac{1}{1+0.5}$，$\therefore f_H=4KHz$

八、

(1) $P(Y=0)=P(0)\times(1-p)+P(1)\times p$，$P(Y=1)=P(0)\times p+P(1)\times(1-p)$

$H(Y)=-P(Y=0)\log_2 P(Y=0)-P(Y=1)\log_2 P(Y=1)$

(2) $H(Y|X)=P(0)H(Y|0)+P(1)H(Y|1)=[P(0)+P(1)]H(p,1-p)=-p\log_2 p-(1-p)\log_2(1-p)$

(3) 当 $P(0)=P(1)$，$P(Y=0)=P(Y=0)=1/2$

$I(X;Y)=H(Y)-H(Y|X)=1+p\log_2 p+(1-p)\log_2(1-p)$

九、

(1) (a)

$$G=\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&1&0&1\\0&0&0&1&0&1&1\end{pmatrix}$$

(b)

$$H=\begin{pmatrix}1&1&1&0&1&0&0\\1&1&0&1&0&1&0\\0&1&1&1&0&0&1\end{pmatrix}$$

(c) $yH^T=(0\quad 0\quad 1)$，$\therefore$错误图样 $e=(0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 1)$

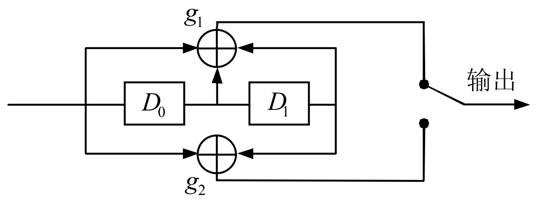
$\therefore$译码结果 $\hat{y}=(1\quad 1\quad 0\quad 1\quad 0\quad 1\quad 0)$

(2) $u(x)=x^{10}+x^7+x^4+x$，$c(x)=u(x)x^4+\left[u(x)x^4\right]_{\bmod g(x)}=x^{14}+x^{11}+x^8+x^5+x^2$

$\therefore c=(10010010010\quad 0100)$

(3) 由图可知从 00 状态回到 00 状态的最短路径为 $00\to10\to01\to00$，输出的序列为 111011

$\therefore g_1=111$，$g_2=101$，编码器结构图如下所示：



十、

(1) (a) $f(x)=1+x^3+x^4$

(b) 由图可知，$a_k=a_{k-3}+a_{k-4}$，可以推得输出序列为 100010011010111…

(2) (a) $y(T_b)=\int_0^{T_b}2d_0c^2(t)\cos^2 2\pi f_c tdt+\int_0^{T_b}2n_w(t)c(t)\cos 2\pi f_c tdt=2d_0E_b+Z$

其中：$E_b=T_b/2$，$E[Z]=0$，$D[Z]=2N_0E_b$

$\therefore r=\frac{\left[2d_0E_b\right]^2}{2N_0E_b}=\frac{2E_b}{N_0}$

(b) 由上述推导可知，推导结果只与 E_b 和 N_0 有关

$\therefore$当 $c(t)=1$ 时，$r=\frac{2E_b}{N_0}$